

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE ENERGIAS ALTERNATIVAS E RENOVÁVEIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Controle Adaptativo Utilizando o Critério da  
Máxima Correntropia Aplicado a um  
Sistema de Bombeamento de Água

Thommas Kevin Sales Flores

João Pessoa  
Fevereiro - 2021

Thommas Kevin Sales Flores

# **Controle Adaptativo Utilizando o Critério da Máxima Correntropia Aplicado a um Sistema de Bombeamento de Água**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPB (área de concentração: Sistemas eletrônicos e automação), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Centro de Energias Alternativas e Renováveis - CEAR

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE

Orientador: Dr. Juan Moises Maurício Villanueva

João Pessoa-PB

Fevereiro de 2021

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

F634c Flores, Thommas Kevin Sales.

Controle adaptativo utilizando o critério da máxima correntropia aplicado a um sistema de bombeamento de água / Thommas Kevin Sales Flores. - João Pessoa, 2021.  
133 f. : il.

Orientação: Juan Moises Maurício Villanueva.  
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CEAR.

1. Sistemas - bombeamento de água. 2. Controle adaptativo indireto. 3. Máxima correntropia - critério. 4. Modelo - referência. I. Villanueva, Juan Moises Maurício. II. Título.

UFPB/BC

CDU 621.6.052(043)

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB**  
**CENTRO DE ENERGIAS ALTERNATIVAS E RENOVÁVEIS – CEAR**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGE**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

**CONTROLE ADAPTATIVO UTILIZANDO CORRENTROPIA APLICADO A UM  
SISTEMA DE BOMBEAMENTO DE ÁGUA**

Elaborada por

**THOMMAS KEVIN SALES FLORES**

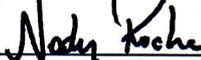
como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Engenharia Elétrica.**

**COMISSÃO EXAMINADORA**



---

**PROF. DR. JUAN MOISES MAURICIO VILLANUEVA**  
Orientador – UFPB



---

**PROF. DR. NADY ROCHA**  
Examinador Interno – UFPB



---

**PROF. DR. HEBER PIMENTEL GOMES**  
Examinador Externo – UFPB



---

**PROF. DR. VLADIMIRO HENRIQUE BARROSA PINTO DE MIRANDA**  
Examinador Externo - Universidade de Porto-Portugal

# Agradecimentos

A Deus por ter me dado força, saúde e inteligência para cumprir minha missão na Terra.

A minha mãe por todo amor, carinho e de não poupar esforços para me dar uma boa educação. A senhora é um grande exemplo para mim.

Aos meus avós por todo abrigo e segurança aos longos desses anos, em especial a minha avó Walda Helena que já não se faz presente entre nós.

Ao meu pai e a todos os meus familiares que de alguma forma contribuíram na minha formação.

A todos os meus amigos que pelas inúmeras ajudas e orações.

Aos colegas de curso que me ajudaram de forma direta ou indireta na minha formação profissional e pessoal.

A Polyana Collaço pelas inúmeras ajudas e paciência nesta etapa tão importante da minha vida.

Ao professor Juan Villanueva, pela orientação, paciência e conselhos ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

Ao professor Heber Pimentel Gomes pelos conhecimentos transmitidos acerca da parte hidráulica desenvolvida neste projeto

A todos os professor do Programa de Pós-Graduação do Curso de Engenharia Elétrica da UFPB por todo o conhecimento transmitido.

E a todos os familiares, amigos e colegas que tiveram a compreensão necessária quando precisei me ausentar para a conclusão desta pesquisa e que colaboraram direta ou indiretamente.

# Resumo

Diante da escassez dos recursos hídricos concomitantemente com as perspectivas de urbanização, tornou-se fundamental estabelecer práticas que possibilitam reduzir perdas e aprimorar o sistema de distribuição de água. Portanto, ao longo dos anos, diversas técnicas de controles foram aplicadas nestes sistemas, principalmente com o foco na redução da pressão hidráulica nos ductos, entre elas o controle adaptativo. No entanto, o método adotado para sua sintonia é empírico e exaustivo devido à grande quantidade de parâmetros a serem ajustados. Além disso, o critério adotado por esta classe de controlador é o Erro Médio Quadrático (EMQ) para minimização do erro de rastreamento e estimação paramétrica, porém, este critério limita-se a extrair informação apenas dos momentos estatísticos de primeira e segunda ordem, conseqüentemente perdendo informações contidas nos momentos estatísticos de ordem superior. Deste modo, o presente trabalho utiliza como critério para minimização do erro de rastreamento e estimação dos parâmetros de um Controlador Adaptativo por Modelo de Referência a Máxima Correntropia com *kernel* Gaussiano. Este controlador foi implementado utilizando Matlab em ambiente Labview para o controle da pressão em um sistema de bombeamento de água experimental. Os resultados obtidos demonstraram que o controlador apresenta características similares ao controle que utiliza o critério EMQ, para erros próximos de zero, com erro máximo de 15% durante a variação da demanda, sobrevalor percentual menor que 5% e erro em regime estacionário menor que 2%. Todavia, mostra-se robusto a *outliers*, fato que não acontece quando é utilizado o critério EMQ, isto permite maior confiabilidade nos sistemas de abastecimento de água que utilizarem o controlador com o MCC.

**Palavras-chaves:** Controle Adaptativo Indireto, Critério da Máxima Correntropia, Sistemas de Bombeamento de Água, Modelo de Referência.

# Abstract

Given the scarcity of water resources concomitantly with the prospects of urbanization, it has become essential to establish practices that make it possible to reduce losses and improve the water distribution system. Therefore, over the years, several control techniques have been applied in these systems, mainly focusing on the reduction of hydraulic pressure in the ducts, among them the adaptive control. However, the method adopted for its tuning is empirical and exhaustive due to the large number of parameters to be adjusted. Moreover, the criterion adopted by this class of controller is the Mean Squared Error (MSE) for minimizing the tracking error and parametric estimation, however, this criterion is limited to extract information only from the first and second order statistical moments, consequently losing information contained in the higher order statistical moments. Therefore, the present work uses as a criterion for minimizing the tracking error and parameter estimation of a Reference Model Adaptive Controller the Maximum Correntropy with Gaussian kernel. This controller was implemented using Matlab in a LABVIEW environment for pressure control in an experimental water pumping system. The results obtained showed that the controller presents similar characteristics to the control that uses the MSE criterion, for errors close to zero, with a maximum error of 15% during the demand variation, percentage overshoot less than 5% and steady state error less than 2%. However, it is robust to outliers, which does not happen when the MSE criterion is used, this allows for greater reliability in water supply systems that use the controller with the MCC.

**Keywords:** Indirect adaptive control, Maximum Correntropia Criterion, Water pumping systems, Reference Model.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Sistema de bombeamento com duas zonas topográficas. . . . .	2
Figura 2 – Esquema simplificado de um sistema de abastecimento de água (adaptado (TSUTIYA, 2004)) . . . . .	14
Figura 3 – Esquema hidráulico de um sistema de bombeamento com motobomba afogada (TSUTIYA, 2004). . . . .	15
Figura 4 – Representação de um sistema de abastecimento de água operado por um conjunto motobomba (CMB) e uma VRP (SALVINO <i>et all</i> , 2014 apud (SALVINO et al., 2018)). . . . .	16
Figura 5 – Esquema exemplo de um sistema operando com um conjunto motobomba, transdutores e válvula de controle. . . . .	18
Figura 6 – Curvas características (GOMES, 2009). . . . .	19
Figura 7 – Ponto de operação do sistema de bombeamento (adaptado de (GOMES, 2009)) . . . . .	20
Figura 8 – Ajuste com estrangulamento de válvula (adaptado de (VOLK, 2013)). . . . .	21
Figura 9 – Curvas de operação de uma bomba para diferentes valores de rotação. . . . .	22
Figura 10 – Curva H-Q da bomba e de eficiência para duas velocidades e curva do sistema para dois pontos de operação (VOLK, 2013). . . . .	23
Figura 11 – Sistema $S_1$ . . . . .	27
Figura 12 – Sistema $S_2$ . . . . .	28
Figura 13 – Ilustração de uma amostra de 6 pontos representados por pulsos de Dirac ( $\sigma = 0$ ) . . . . .	30
Figura 14 – Estimativa da FDP verdadeira com o método das janelas Parzen para uma amostra de 6 pontos, com $\sigma = 0.5$ . . . . .	31
Figura 15 – Estimativa da FDP verdadeira com o método das janelas Parzen para uma amostra de 6 pontos, com $\sigma = 1.5$ . . . . .	31
Figura 16 – Métrica de Similaridade Induzida por Correntropia. . . . .	36
Figura 17 – Diagrama de blocos do Controlador Adaptativo Indireto. . . . .	38
Figura 18 – Diagrama de blocos do controle adaptativo por modelo de referência. . . . .	39
Figura 19 – Diagrama de blocos do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência. . . . .	40
Figura 20 – Interpretação geométrica da função custo erro médio quadrático. . . . .	41
Figura 21 – Interpretação geométrica da função custo erro médio quadrático para diferentes valores de ganhos de adaptação. a) Ganho de adaptação muito pequeno; b) Ganho de adaptação muito grande. . . . .	42
Figura 22 – Bancada experimental. . . . .	43

Figura 23 – Esquemático da bancada experimental (adaptado de (SALVINO et al., 2018)). . . . .	44
Figura 24 – Conjunto motobomba. . . . .	45
Figura 25 – Conversores de frequência do sistema experimental. . . . .	46
Figura 26 – Transdutor de pressão TP-ST18/ACROS. . . . .	47
Figura 27 – Transdutores de vazão. . . . .	47
Figura 28 – Válvula Redutora de Pressão. . . . .	48
Figura 29 – <i>Interface</i> de aquisição, família NI-USB 62XX, <i>National Instruments Corporation</i> . . . . .	49
Figura 30 – Painel frontal do supervisor utilizado. . . . .	50
Figura 31 – Diagrama de blocos do controlador IMRAC-PID. . . . .	51
Figura 32 – Resposta ao degrau unitário do modelo de referência. . . . .	60
Figura 33 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-1) $Ne = 1$ e $\sigma_e = 10$ , MCC E-2) $Ne = 1$ e $\sigma_e = 8$ , MCC E-3) $Ne = 1$ e $\sigma_e = 6$ e MCC E-4) $Ne = 1$ e $\sigma_e = 4$ . . . . .	63
Figura 34 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-5) $Ne = 1$ e $\sigma_e = 2$ , MCC E-6) $Ne = 5$ e $\sigma_e = 10$ , MCC E-7) $Ne = 5$ e $\sigma_e = 8$ e MCC E-8) $Ne = 5$ e $\sigma_e = 6$ . . . . .	63
Figura 35 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-9) $Ne = 5$ e $\sigma_e = 4$ , MCC E-10) $Ne = 5$ e $\sigma_e = 2$ , MCC E-11) $Ne = 10$ e $\sigma_e = 10$ e MCC E-12) $Ne = 10$ e $\sigma_e = 8$ . . . . .	64
Figura 36 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-13) $Ne = 10$ e $\sigma_e = 6$ , MCC E-14) $Ne = 10$ e $\sigma_e = 4$ , MCC E-15) $Ne = 10$ e $\sigma_e = 2$ e MCC E-16) $Ne = 20$ e $\sigma_e = 10$ . . . . .	64
Figura 37 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-17) $Ne = 20$ e $\sigma_e = 8$ , MCC E-18) $Ne = 20$ e $\sigma_e = 6$ , MCC E-19) $Ne = 20$ e $\sigma_e = 4$ e MCC E-20) $Ne = 20$ e $\sigma_e = 2$ . . . . .	65
Figura 38 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba. . . . .	66
Figura 39 – Parâmetros estimados da planta para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba. . . . .	66
Figura 40 – Histograma do erro de estimação paramétrica quando a planta é sujeita a diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba. . . . .	67
Figura 41 – Estimação da planta para diferentes ângulos da válvula de controle. . . . .	68

Figura 42 – Parâmetros estimados da planta para diferentes ângulos da válvula de controle. . . . .	69
Figura 43 – Histograma do erro de estimação quando a planta é sujeita a variação no ângulo da válvula de controle. . . . .	70
Figura 44 – Diagrama em bloco da inserção de <i>outliers</i> durante a validação do mecanismo de estimação paramétrica. . . . .	70
Figura 45 – Resposta da planta estimada submetida a <i>outliers</i> com período de 20 segundos. . . . .	71
Figura 46 – Resposta da planta estimada submetida a <i>outliers</i> com período de 10 segundos. . . . .	71
Figura 47 – Resposta da planta estimada submetida a <i>outliers</i> com período de 5 segundos. . . . .	72
Figura 48 – Resposta da planta estimada submetida a <i>outliers</i> com período de 1 segundo. . . . .	72
Figura 49 – Medida da Métrica Induzida por Correntropia para o erro de estimação paramétrica. . . . .	73
Figura 50 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando a planta é submetida a diferentes períodos dos <i>outliers</i> . . . . .	74
Figura 51 – Respostas do sistema controlado: MCC A-1) $N = 1$ e $\sigma = 10$ , MCC A-2) $N = 1$ e $\sigma = 8$ , MCC A-3) $N = 1$ e $\sigma = 6$ e MCC A-4) $N = 1$ e $\sigma = 4$ . . . . .	76
Figura 52 – Respostas do sistema controlado: MCC A-5) $N = 1$ e $\sigma = 2$ , MCC A-6) $N = 5$ e $\sigma = 10$ , MCC A-7) $N = 5$ e $\sigma = 8$ e MCC A-8) $N = 5$ e $\sigma = 6$ . . . . .	76
Figura 53 – Respostas do sistema controlado: MCC A-9) $N = 5$ e $\sigma = 4$ , MCC A-10) $N = 5$ e $\sigma = 2$ , MCC A-11) $N = 10$ e $\sigma = 10$ e MCC A-12) $N = 10$ e $\sigma = 8$ . . . . .	77
Figura 54 – Respostas do sistema controlado: MCC A-13) $N = 10$ e $\sigma = 6$ , MCC A-14) $N = 10$ e $\sigma = 4$ , MCC A-15) $N = 10$ e $\sigma = 2$ e MCC A-16) $N = 20$ e $\sigma = 10$ . . . . .	77
Figura 55 – Respostas do sistema controlado: MCC A-17) $N = 20$ e $\sigma = 8$ , MCC A-18) $N = 20$ e $\sigma = 6$ , MCC A-19) $N = 20$ e $\sigma = 4$ e MCC A-20) $N = 20$ e $\sigma = 2$ . . . . .	78
Figura 56 – Respostas da planta controlada para diferentes valores desejados da pressão. . . . .	83
Figura 57 – Parâmetros do controlador para diferentes valores desejados. . . . .	83
Figura 58 – Histograma do erro de rastreamento quando a planta é sujeita a diferentes valores desejados da pressão. . . . .	84
Figura 59 – Respostas do sistema controlado submetido a diferentes ângulos da válvula de controle. . . . .	86

Figura 60 – Evolução dos parâmetros do controlador quando à planta sofre alteração pela mudança do ângulo da válvula de controle. . . . .	86
Figura 61 – Histograma do erro de rastreamento quando à planta sofre alterações pelas mudanças do ângulo da válvula de controle. . . . .	87
Figura 62 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a <i>outliers</i> com período de 20 segundos. . . . .	89
Figura 63 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a <i>outliers</i> com período de 10 segundos. . . . .	89
Figura 64 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a <i>outliers</i> com período de 5 segundos. . . . .	90
Figura 65 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a <i>outliers</i> com período de 1 segundo. . . . .	90
Figura 66 – Histogramas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o Critério da Máxima Correntropia. . . . .	91
Figura 67 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o Critério da Máxima Correntropia. . . . .	92
Figura 68 – Medida da CIM para o erro de estimação paramétrica. . . . .	93
Figura 69 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à <i>outliers</i> com período de 20 segundos. . . . .	93
Figura 70 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à <i>outliers</i> com período de 10 segundos. . . . .	94
Figura 71 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à <i>outliers</i> com período de 5 segundos. . . . .	94
Figura 72 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à <i>outliers</i> com período de 1 segundo. . . . .	95
Figura 73 – Histogramas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o critério do EMQ. . . . .	96
Figura 74 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o critério do EMQ. . . . .	97
Figura 75 – Diagrama de blocos do controlador IMRAC-PID. . . . .	108

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Limitações das técnicas de Controle . . . . .	12
Tabela 2 – Rendimento x Vazão x Altura Manométrica. . . . .	19
Tabela 3 – Especificações técnicas da bomba. . . . .	45
Tabela 4 – Especificações técnicas do motor. . . . .	45
Tabela 5 – Especificações técnicas dos conversores de frequência. . . . .	46
Tabela 6 – Especificações técnicas dos transdutores de pressão. . . . .	47
Tabela 7 – Especificações técnicas dos transdutores de vazão. . . . .	47
Tabela 8 – Especificações técnicas das válvulas redutoras de pressão. . . . .	48
Tabela 9 – Especificações técnicas das <i>interfaces</i> de aquisição de dados . . . . .	49
Tabela 10 – Comparação da função custo por Erro médio quadrático e Correntropia. . . . .	57
Tabela 11 – Especificações da resposta temporal do modelo de referência de segunda ordem. . . . .	60
Tabela 12 – Índices da quantificação do erro de estimação para diferentes valores $N_e$ e $\sigma_e$ . . . . .	62
Tabela 13 – Medidas estatísticas do erro de estimação para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba. . . . .	67
Tabela 14 – Medidas estatísticas do erro de estimação quando a planta é sujeita a variação no ângulo da válvula de controle. . . . .	69
Tabela 15 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica para diferentes períodos dos <i>outliers</i> . . . . .	74
Tabela 16 – Ensaio do Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência. . . . .	75
Tabela 17 – Quantificação do erro de rastreamento para diferentes janelas de observação e largura do <i>kernel</i> Gaussiano do mecanismo de adaptação. . . . .	79
Tabela 18 – Características da resposta temporal para diferentes janelas de observação e largura do <i>kernel</i> Gaussiano do mecanismo de adaptação. . . . .	80
Tabela 19 – Quantificação do erro de rastreamento para diferentes ganhos de adaptação e janela de observação do mecanismo de adaptação. . . . .	81
Tabela 20 – Características da resposta temporal para diferentes ganhos de adaptação e janela de observação do mecanismo de adaptação. . . . .	82
Tabela 21 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento para o Critério da Máxima Correntropia para diferentes valores desejados da pressão. . . . .	84
Tabela 22 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento para o critério do Erro Médio Quadrático para diferentes valores desejados da pressão. . . . .	85
Tabela 23 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema está sujeito a variação do ângulo da válvula de controle (MCC). . . . .	87

Tabela 24 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema está sujeito a variação do ângulo da válvula de controle (EMQ). . . . .	88
Tabela 25 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o Critério da Máxima Correntropia. . . . .	91
Tabela 26 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o Critério da Máxima Correntropia. . . . .	92
Tabela 27 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o critério do EMQ. . . . .	95
Tabela 28 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de <i>outliers</i> para o critério do EMQ. . . . .	96

# Lista de abreviaturas e siglas

AC	Corrente alternada
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ARX	Autoregressivo com Entrada Exógenas
BST	Booster
CE	Coefficiente de energia
CIM	<i>Correntropy Induced Metric</i>
CLP	Controlador Lógico Programável
CMB	Conjunto motobomba
CV	Válvula de controle
DC	Corrente contínua
EMQ	Erro Médio Quadrático
ETA	Estação de tratamento de água
FDP	Função de densidade de probabilidade
FT	Transdutor de vazão
GMV	Variância Mínima Generalizada
IAE	Integral Absolute Error
IHM	<i>Iterative Learning Control</i>
IMRAC	Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência
IMRAC-PID	Controle Proporcional, Integral e Derivativo Adaptativo Indireto por Modelo de Referência
ISE	<i>Integral Square Error</i>
ITAE	<i>Integrated Time Absolute Error</i>
KLMS	<i>Kernel least mean square</i>
LENHS	Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento

MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i>
MCC	Critério da Máxima Correntropia
MIT	<i>Manchester Institute of Technology</i>
MPC	Controlador por Modelo Preditivo
MRAC	Controle Adaptativo por Modelo de Referência
NF-MPC	Neuro-Fuzzy Multinível de Modelo Preditivo
NLP	<i>Neuro-Linguistic Programming</i>
NPSH	Energia específica positiva líquida de sucção requerida pela bomba
PI	Proporcional e Integral
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
PT	Transdutor de pressão
RKHS	<i>Reproducing Kernel Hilbert Space</i>
RNA	Rede Neural Artificial
SCFN	Sistema de Controle Fuzzy Neural
SCNA	Sistema de Controle Neural Adaptativo
sdDDE	Estado Modelo da Equação de Diferença
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
VRP	Válvula redutora de pressão
ZA	Zona alta
ZB	Zona baixa

# Lista de símbolos

$H_g$	Altura geométrica
$H$	Altura manométrica (pressão)
$CV$	Cavalos vapor
$\gamma$	Coefficiente de aprendizado
$I$	Corrente elétrica por fase
$u$	Entrada do sistema
$H_\alpha$	Entropia
$e$	Erro
$\varepsilon_e$	Erro de estimação paramétrica
$\varepsilon$	Erro de rastreamento
$\cos(\Phi)$	Fator de Potência
$C(\theta_c)$	Função algébrica de atualização do controlador
$J$	Função custo
$p(\cdot)$	Função de densidade de probabilidade
$\hat{p}(\cdot)$	Função de densidade de probabilidade estimada
$p_{x,y}(\cdot)$	Função de densidade de $X$ e $Y$
$H_p$	Função de transferência da planta
$H_c$	Função de transferência do controlador
$H_m$	Função de transferência do modelo de referência
$K_p$	Ganho derivativo
$K_i$	Ganho integral
$K_p$	Ganho proporcional
$\gamma_p, \gamma_i$ e $\gamma_d$	Ganhos de adaptação dos parâmetros do controlador

$\gamma_{a1}, \gamma_{a2}$ e $\gamma_{a3}$	Ganhos de adaptação dos parâmetros estimados
$\nabla$	Gradiente
$^{\circ}$	Graus
$N_e$	Janela de observação do mecanismo de estimação
$\kappa$	<i>Kernel</i>
$G_{\sigma}(\cdot)$	<i>Kernel</i> Gaussiano
$\sigma$	Largura do <i>kernel</i>
$C(\theta_c)$	Leis de controle
$CIM(\cdot)$	Métrica induzida por Correntropia
mca	Metro de coluna de água
m	Metros
$m^3/h$	Metros cúbicos por hora
mA	Miliampere
ms	Milissegundo
mm	Milímetro
$y_e(t)$	Modelo estimado da planta
$E(\cdot)$	Operador estatístico esperança
$a_p$ e $b_p$	Parâmetros da planta
$\hat{a}_p$ e $\hat{b}_p$	Parâmetros da planta estimado
$a_1, a_2$ e $a_3$	Parâmetros do modelo estimado
$H_r$	Perdas de cargas distribuídas e localizadas, na tubulação de recalque
$H_s$	Perdas de cargas distribuídas e localizadas, na tubulação de sucção
$T$	Periodo de amostragem
$\gamma_l$	Peso específico do líquido
$P$	Potência elétrica ativa
$P_{hid}$	Potência hidráulica útil

$P_m$	Potência mecânica
kS/s	Quilo amostras por segundo
kW/h	Quilo Walts hora
$kW/h/m^3$	Quilo Walt hora por metro cúbico
$\eta$	Rendimento
$\eta_b$	Rendimento da bomba
$\eta_m$	Rendimento do motor
$v(.)$	Reprodução do kernel
rpm	Rotação por minuto
$y$	Sinal de saída
$u_c(t)$	Sinal de atuação do controlador
$R(.)$	Sinal de referência
$Y_p(.)$	Sinal de saída da planta
$Y_m(.)$	Sinal de saída do modelo de referência
$M_p$	Sobrevalor percentual
$t_d$	Tempo de atraso
$t_s$	Tempo de estabelecimento
$t_p$	Tempo de pico
$t_r$	Tempo de subida
$V$	Tensão por fase
$TW/h$	Tera Walts hora
$Q$	Vazão
$V_r$	Velocidade do fluido

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
1.1.1	Objetivos gerais	3
1.1.2	Objetivos específicos	3
<b>1.2</b>	<b>Contribuições do trabalho</b>	<b>4</b>
1.2.1	Produtos gerados	4
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA</b>	<b>14</b>
<b>3.1</b>	<b>Características de um sistema de abastecimento de água</b>	<b>14</b>
<b>3.2</b>	<b>Potência e rendimento</b>	<b>16</b>
<b>3.3</b>	<b>Curvas características da bomba e do sistema</b>	<b>18</b>
<b>3.4</b>	<b>Ajuste do desempenho do sistema de bombeamento</b>	<b>20</b>
3.4.1	Ajuste pelo uso de válvula redutora de pressão	20
3.4.2	Ajuste por variação da rotação da motobomba	21
3.4.3	Eficiência energética por uso de bombas com velocidade variável	23
<b>3.5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>TEORIA DA INFORMAÇÃO</b>	<b>25</b>
<b>4.1</b>	<b>Fundamentos da teoria da informação</b>	<b>25</b>
<b>4.2</b>	<b>Entropia de Shannon</b>	<b>26</b>
<b>4.3</b>	<b>Entropia de Rényi</b>	<b>28</b>
<b>4.4</b>	<b>Estimativa de uma FDP com janela de Parzen</b>	<b>29</b>
<b>4.5</b>	<b>Correntropia</b>	<b>31</b>
4.5.1	Critério da Máxima Correntropia	33
4.5.2	Métrica de Similaridade Induzida por Correntropia	34
<b>4.6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>CONTROLE ADAPTATIVO</b>	<b>37</b>
<b>5.1</b>	<b>Controle Adaptativo Indireto</b>	<b>37</b>
<b>5.2</b>	<b>Controle Adaptativo por Modelo de Referência</b>	<b>38</b>
<b>5.3</b>	<b>Mecanismos de ajustes</b>	<b>39</b>
<b>5.4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>42</b>
<b>6</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>43</b>

<b>6.1</b>	<b>Descrição da bancada experimental</b> . . . . .	<b>43</b>
6.1.1	Conjunto motobomba . . . . .	45
6.1.2	Conversor de frequência . . . . .	45
6.1.3	Transdutor de pressão e vazão . . . . .	46
6.1.4	Válvula de controle . . . . .	48
6.1.5	Sistema de aquisição de dados e supervisor . . . . .	49
<b>6.2</b>	<b>Projeto de um IMRAC-PID utilizando o Critério de Máxima Cor-</b>	
	<b>rentropia</b> . . . . .	<b>50</b>
<b>6.3</b>	<b>Conclusão</b> . . . . .	<b>56</b>
<b>7</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> . . . . .	<b>58</b>
<b>7.1</b>	<b>Definição do modelo de referência</b> . . . . .	<b>59</b>
<b>7.2</b>	<b>Análise da identificação de sistema</b> . . . . .	<b>61</b>
7.2.1	Experimento I . . . . .	61
7.2.2	Experimento II . . . . .	65
7.2.3	Experimento III . . . . .	67
7.2.4	Experimento IV . . . . .	70
<b>7.3</b>	<b>Análise do Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência</b>	<b>74</b>
7.3.1	Experimento I . . . . .	75
7.3.2	Experimento II . . . . .	82
7.3.3	Experimento III . . . . .	85
7.3.4	Experimento IV . . . . .	88
<b>7.4</b>	<b>Discussões e considerações</b> . . . . .	<b>98</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b> . . . . .	<b>99</b>
<b>8.1</b>	<b>Conclusões</b> . . . . .	<b>99</b>
<b>8.2</b>	<b>Recomendações</b> . . . . .	<b>101</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>102</b>
	<b>APÊNDICE A – CONTROLE ADAPTATIVO INDIRETO POR MO-</b>	
	<b>DELO DE REFERÊNCIA (EMQ)</b> . . . . .	<b>108</b>
	<b>APÊNDICE B – DEDUÇÃO DA DERIVADA PARCIAL DO <i>KER-</i></b>	
	<b><i>NEL</i> GAUSSIANO COMO FUNÇÃO CUSTO</b> . . . . .	<b>114</b>

# 1 Introdução

Sabendo que a água potável é um recurso imprescindível para a manutenção da vida humana. O cuidado dos serviços de abastecimento de água desempenham papel crucial na sociedade, pois estes são responsáveis por fornecer ao usuário final este insumo em quantidade, qualidade e pressão adequada (TSUTIYA, 2004). Ainda, Tsutiya (2004) define os diversos componentes presentes nos sistemas de abastecimento de água como sendo: manancial, captação, estação elevatória, adutora, estação de tratamento de água, reservatório e rede de distribuição.

Dessa forma, com a escassez dos recursos hídricos concomitantemente com as perspectivas de urbanização, é fundamental estabelecer práticas que possibilitam reduzir perdas e aprimorar o sistema de distribuição de água. É sabido que a água e energia, especialmente em ambientes urbanos, estão estreitamente ligados, pois é necessária a energia elétrica para bombear, tratar e fornecer ao consumidor final (VALEK; SUŠNIK; GRAFAKOS, 2017).

O transporte da água é realizada através de ductos, em que este fluido é geralmente pressurizado por bombas centrífugas ou por gravidade, isto é, por reservatórios elevados. Em ambos os mecanismos são fornecidos ao fluido, energia hidráulica na forma de pressão e vazão, as quais devem ser suficientes para vencer os desníveis e as perdas ao longo de todo o seu percurso na rede hidráulica (TSUTIYA, 2004). No caso das bombas, o fluido é acelerado através da rotação do giro do rotor, convertendo a energia cinética em energia hidráulica. O acionamento das bombas são realizados por motores elétricos (GOMES, 2009).

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) estima que as indústrias brasileiras foram responsáveis por consumir 35,83% da energia elétrica produzida no ano de 2017 (ELÉTRICA, 2018). Sabendo que as empresas concessionárias de água enquadram-se nesta categoria, estas, nesse mesmo ano, foram responsáveis por 11,3 TWh (BRASIL; MCIDADES), 2017). Gomes (2009) afirma que os motores elétricos são responsáveis por 90% do consumo elétrico das estações de bombeamento. Neste cenário, é necessário o desenvolvimento contínuo de técnicas que buscam melhorar a eficiência hidroenergética dos sistemas de abastecimento de água.

Em muitos casos a não linearidade da topografia de uma região faz com que os sistemas de bombeamento de água operem de modo a atender estes desníveis, como nos casos onde há zonas baixas e altas (conforme ilustrado na Figura 1). No caso da zona alta, deve a estação de bombeamento, localizada na zona baixa, aumentar a altura manométrica de bombeamento, porém, este aumento provoca um excesso de pressão na zona baixa

e, conseqüentemente, aumentando as perdas por vazamento e gastos com a manutenção devido à ruptura das tubulações (SALVINO et al., 2018).

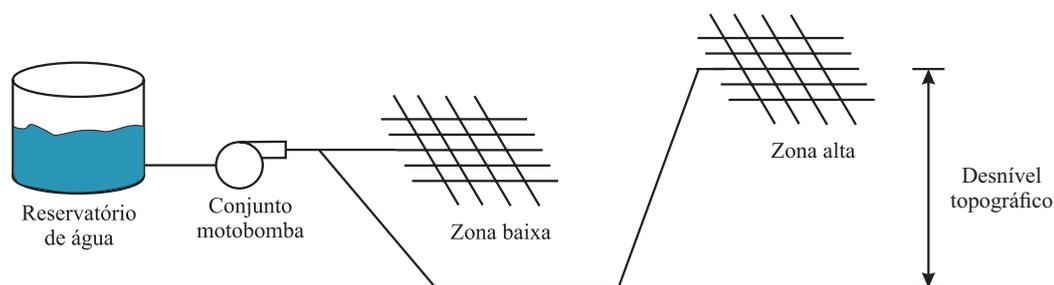


Figura 1 – Sistema de bombeamento com duas zonas topográficas.

Diante disto, algumas soluções são adotadas, uma delas é a instalação de válvulas de controle, automáticas ou não, com a finalidade de modificar as pressões em pontos da rede. Esta solução é usualmente adotada, pois geralmente as bombas que operam nos sistemas de abastecimento de água trabalham em sua velocidade nominal. Outra alternativa é a aplicação de mecanismos para controlar a velocidade de rotação dos motores elétricos e conseqüentemente a energia hidráulica fornecida pelas bombas, comumente usam-se conversores de frequência para exercer esta função (BROGAN et al., 2016) (SOUSA et al., 2017).

Os conversores de frequência são dispositivos eletrônicos que transformam uma dada tensão em outra com amplitude e frequência desejada. Dessa forma, ao ser utilizado para acionar um conjunto motobomba, este dispositivo torna-se uma ferramenta útil para o gerenciamento dos parâmetros elétricos e hidráulicos de uma estação de bombeamento, ao regular a velocidade de rotação, regula-se também a altura manométrica (pressão), vazão e potência elétrica (LINJIE; YAN; GAOQI, 2011).

Este fato acontece, pois a energia desprendida para promover o aumento da vazão e da pressão hidráulica depende da velocidade de rotação do conjunto motobomba. Logo, LinJie, Yan e GaoQi (2011) aponta que para se obter 80% da vazão nominal, basta, através da ação do conversor de frequência, reduzir a velocidade também em 80%, utilizando apenas 52,2% da energia que seria utilizada em plena carga.

Diante do exposto, fica claro as inúmeras vantagens do uso dos conversores de frequência para o gerenciamento da velocidade de rotação dos conjuntos motobombas, porém, estes por si só não trazem eficiência energética aos sistemas de bombeamento. Portanto, o uso destes dispositivos devem estar associados a um sistema de monitoramento das variáveis do sistema, através do sensoriamento remoto, formando então uma estrutura de controle em malha fechada (BROGAN et al., 2016).

Posto isto, são encontrados diversos estudos que abordam o uso de conversores de frequência unidos a controladores para o controle da pressão em um ponto específico da rede de abastecimento de água. O controlador Proporcional, Integral e Derivativo

(PID) é uma destas abordagens, devido sua simplicidade e se bem projetado à sua eficácia (ANJANA; KUMAR; AMRUTUR, 2017).

Não obstante, devido às características não lineares e variantes no tempo destes sistemas, controladores clássicos, como no caso do PID, acabam perdendo sua sintonia ao longo do tempo e causando a instabilidade na planta controlada. Como alternativa para contornar estas não linearidades, são implementados nos sistemas controles técnicas de inteligência artificial, tais como: lógica Fuzzy, Redes Neurais Artificiais e Controle Adaptativo (SALVINO et al., 2018) (MENDONÇA et al., 2016) (SILVA et al., 2015).

Em suma, o controle da pressão promove o aumento da vida útil das tubulações, acessórios e equipamentos de bombeamento, aumentando a confiabilidade e a robustez do sistema. Desta maneira, se reduz os transientes hidráulicos e se diminui o desperdício de água por excesso de pressão na rede e, conseqüentemente, inibe o gasto desnecessário de energia elétrica (SALVINO et al., 2018).

Em vista de tudo que foi apresentado, justifica-se o desenvolvimento de novas técnicas para o gerenciamento e operação dos sistemas de abastecimento de água. Esta pesquisa visa a utilização do Critério da Máxima Correntropia como alternativa ao Critério do Erro Médio Quadrático como função custo para compor o mecanismo de estimação paramétrica e adaptação do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência. Este controlador visa controlar a pressão de uma bancada experimental, que simula um sistema de abastecimento com duas zonas de consumo com topografias diferenciadas. Este sistema se encontra no Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento (LENHS) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivos gerais

Desenvolvimento de um sistema de Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência baseado no Critério de Máxima Correntropia com a finalidade de controlar a pressão em uma zona topográfica sujeita às variações em suas características, *outliers* e mudanças no sinal de referência.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Avaliar a influência da largura do *Kernel* e quantidade de pontos de observação usados para o projeto do Controle Adaptativo Indireto usando o Critério da Máxima Correntropia;
- Avaliar a influência da largura do *Kernel* e quantidade de pontos de observação

usados para o mecanismo de estimação dos parâmetros do sistema à ser controlado utilizando o Critério da Máxima Correntropia;

- Avaliar o desempenho do sistema de controle considerando *outliers*, variações nos parâmetros da planta e mudanças no sinal de referência;
- Avaliar a similaridade entre o modelo estimado e a saída da planta através do Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE);
- Avaliar a similaridade entre modelo de referência e a saída da planta usando diferentes métricas de quantificação de erro;
- Contrapor o desempenho do sistema de controle utilizando o critério da Máxima Correntropia frente ao sistema que utiliza o critério do Erro Médio Quadrático.

## 1.2 Contribuições do trabalho

Ao final deste trabalho, espera-se propor um novo paradigma para a sintonia do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência, que utiliza o Critério da Máxima Correntropia em seu mecanismo de adaptação e estimação paramétrica. Buscando comprovar que em momentos onde o sistema a ser controlado possui forte interferência de *outliers*, esta metodologia possui melhor desempenho que o controlador que utiliza o critério do EMQ.

### 1.2.1 Produtos gerados

Nesta seção serão apresentados os produtos gerados durante o desenvolvimento deste trabalho, sendo eles dois artigos científicos:

- **[Publicado]** FLORES, Thommas KS et al. Gerenciamento da Pressão Hidráulica Utilizando um Controlador PID Adaptativo. **Anais da Sociedade Brasileira de Automática**, v. 2, n. 1, 2020.
- **[Aceito para Publicação]** FLORES, Thommas KS et al. Adaptive Pressure Control System Based on the Maximum Correntropy Criterion. **In: 2021 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)**. IEEE, 2021. p. 1-6.

## 1.3 Organização do trabalho

Além deste capítulo introdutório, este trabalho contém mais 6 capítulos, os quais serão descritos sucintamente a seguir.

No Capítulo 2 é apresentado a revisão bibliográfica do estado da arte do controle adaptativo e da automação e controle em sistemas de bombeamento de água.

No Capítulo 3 são apresentados as características principais do sistema de abastecimento de água, curvas características, modos para controlar os principais parâmetros da rede de distribuição e o cálculo da potência e rendimento.

No Capítulo 4 são apresentados os seguintes conceitos da teoria da informação: entropia de Shannon e Rényi, estimador de uma função de densidade de probabilidade através da janela de Parzen e Correntropia.

No Capítulo 5 é apresentado duas topologias do controle adaptativo, indireto e por modelo de referência, além do mecanismo de ajuste utilizado para estimação paramétrica e modificação dos parâmetros do controlador.

No Capítulo 6 é descrito a bancada experimental utilizada. Além disso, as etapas metodológicas utilizadas para o projeto do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência, cujo mecanismo de adaptação é a maximização da correntropia (com *kernel* Gaussiano).

No Capítulo 7 são apresentados os resultados e discussões dos ensaios experimentais.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e recomendações.

## 2 Revisão bibliográfica

Em diversas situações, o sistema a ser controlado, conhecido como planta, é complexa e os processos físicos não são entendidos, devido ao grande número de parâmetros, variantes no tempo, nível de ruído e perturbações internas e externas. Um exemplo desta planta, são os sistemas de abastecimento de água, os quais, muitas vezes, são responsáveis por atender a demanda de regiões com diferentes cotas topográficas, cujo consumo diário é aleatório. Ademais, as características físicas dos ductos, dispositivo de impulsão e manobra variam ao longo do tempo e, o acionamento dos dois últimos causam perturbações ao sistema.

Sendo assim, o gerenciamento dos parâmetros elétricos e hidráulicos tornam-se cruciais para a operação adequada destes sistemas, devido ao grande número de perdas que ocorre desde a captação da água até chegar ao consumidor final. Estas perdas podem ser classificadas como reais ou aparentes. A aparente é ocasionada por erro de macro ou micro medição. Por outro lado, as reais são ocasionadas por excesso de pressão na rede que aumenta o número de vazamentos (GOMES, 2009).

Diante disto, evidencia-se a necessidade da aplicação de metodologias de controle e automação em sistemas de abastecimento de água, desde a captação até a distribuição ao consumidor final, interessar-se diminuir perdas, aumentar a eficiência energética e a longevidade dos dispositivos que compõem a rede (GOMES, 2009).

Neste contexto, Ding e Cao (2010), Zhang e Ye (2010) e Li, Liu e Chen (2011) utilizaram um controle PID-fuzzy em sistemas de abastecimento de água para manter a pressão constante em pontos específicos da rede. Quanto aos resultados, como o sistema de abastecimento de água, por ser não linear e apresentar histerese, o controlador PID convencional apresentou dificuldades, sob qualquer condição do modo de operação. Por outro lado, o controlador PID-Fuzzy manteve a pressão estável e próximo ao valor de referência. Já Yang, Wu e Dong (2010) projetou um controlador PID para manter a pressão constante ajustando a velocidade de rotação de dois motobombas em uma estação de bombeamento de água.

Leirens et al. (2010) aplicam um Controlador por Modelo Preditivo (MPC) para o controle da pressão hidráulica da rede de abastecimento da cidade de Bogotá. O sistema é dividido em três sub-redes controladas localmente. Os resultados individuais se mostraram consistente, mas os globais apresentaram baixo desempenho e perdas econômicas.

Diamantis et al. (2011) introduz e analisa uma metodologia computacional para a identificação explícita da dinâmica do sistema de fluxo de água com um atraso dependente do Estado Modelo da Equação de Diferenças (sdDDE). Posteriormente, este esquema foi

utilizado para o ajuste adaptativo eficiente, que pôde rastrear rapidamente alterações do valor desejado e atenuação eficaz das perturbações impostas ao sistema.

Grosso, Ocampo-Martínez e Puig (2012) propõem um controlador Neuro-Fuzzy Multinível de Modelo Preditivo (NF-MPC) baseado em uma arquitetura hierárquica de três níveis: Neural, Fuzzy, controlador MPC, para o controle da pressão em uma rede de abastecimento de água. A principal vantagem do sintonizador Fuzzy é a sua capacidade de ajustar os parâmetros do controlador MPC independentemente, pois, este basei-se nas entradas difusas do erro de rastreamento da trajetória econômica e o erro de rastreamento do volume do tanque de armazenamento de água.

Camboim et al. (2012) e Carvalho et al. (2012) utilizam um sistema baseado em lógica Fuzzy para o controle de pressão em redes de distribuição de água para conjuntos motobomba em paralelo e diferentes zonas topográficas, nesta ordem. Nos resultados apresentados o tempo de assentamento máximo foi de 29 s, o erro de regime permanente foi 2,32% e o sobressinal foi 9,47%. O consumo energético e o Coeficiente de Energia (CE) tiveram uma redução de 17,32% e 15,50%, respectivamente.

Quadros e Pinto (2013) desenvolveram um controle PID sintonizado por dois métodos: Astrom-Hagglund e algoritmos genéticos para o controle da pressão em um sistema de abastecimento de água por meio da atuação de uma válvula redutora de pressão (VRP). As simulações demonstraram que todos os indicadores de desempenho da VRP controlada pelos controladores PID foram melhorados em relação à VRP com a válvula piloto. Foi verificado também que o método de sintonia por algoritmo genético apresentou os melhores resultados em relação ao método Astrom-Hagglund.

Joseph, Isaac et al. (2013) implementaram um algoritmo de Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) para um sistema de tanques cônicos de água. Este controlador é comparado com um controlador Proporcional e Integral (PI) sintonizado pelo método de Ziegler Nichols. O MRAC apresentou melhor desempenho, pois o controlador PI apresentou Erro Integral Quadrado 4,62 vezes maior do que o valor adquirido no ensaio do controlador MRAC.

Wang e Ding (2014) analisaram a estrutura de um sistema de automação para um sistema de abastecimento de água. Nele contém um Controlador Lógico Programável (CLP), conversor de frequência, sensor de pressão, Interface Homem-Máquina (IHM) e o controlador é um PID, cuja variável de controle é a velocidade de rotação do conjunto motobomba e a ser controlada é a pressão na rede. O sistema manteve a trajetória de referência com as características projetadas.

Quadros e Murilo (2014) desenvolveram um Controle PID Adaptativo por Escalonamento de Ganho, aplicado a válvulas reguladoras de pressão em redes de distribuição de água. Para cada passo do algoritmo, um incremento da variável escalonada foi calculado,

atualizando os parâmetros do controlador pelo método de Astrom-Hagglund. Os parâmetros do controlador foram atualizados até que os limites sejam alcançados. O controle mostrou-se melhor em todos os critérios de desempenho, frente o uso de válvulas piloto.

Silva et al. (2014) desenvolveu o projeto de um Controlador Adaptativo de Variância Mínima Generalizada (GMV) auto ajustável, para a modelagem e controle em tempo real de um sistema de bombeamento de água. Para isto, foi utilizado o uso simultâneo de válvulas de controle e conversor de frequência no acionamento de um conjunto motobomba. O tempo de assentamento foi igual a 121 s, erro máximo em regime permanente foi de 3%. Além disso, houve uma redução de 19,2% na energia consumida e 16,7% no consumo específico de energia elétrica para o sistema atuando na condição mais desfavorável (vazão máxima).

Kallesøe, Jensen e Wisniewski (2015) estudaram o gerenciamento da pressão nas redes de distribuição água sem reservatórios elevados, onde a pressão é controlada por uma única estação de bombeamento. Para isto, foi utilizado um Controle Adaptativo por Modelo de Referência. O controlador manteve, apesar das variações da demanda de água, a pressão constante ao longo de 50 dias, sendo robusto a perturbações e mudança no perfil de consumo da região estudada.

Niu et al. (2016) propõem a utilização de um observador de estados para minimização das perturbações externas e internas em um sistema de abastecimento de água controlado por um controlador PID. O esquema combina uma parte de compensação de avanço usando observador de perturbações e uma estrutura de regulação de realimentação controlado por um PID. Ao comparar o PID convencional ao método proposto, notou-se que o segundo apresentou sobrevalor percentual igual a 2,47% e o erro em regime permanente de 0,72% frente a 7,4% e 2,47% do PID convencional. Além disso, mostrou-se robusto a distúrbios.

Gao e Cao (2016) avaliaram o uso de um CLP, conversor de frequência e sensores para o controle e monitoramento da pressão em um sistema de abastecimento de água. A técnica de controle utilizada foi o PID. O sistema mostrou-se eficiente, diminuindo o consumo de energia e garantindo a qualidade do abastecimento de água nas residências. Diniz et al. (2016) aplica o controlador PID para bombeamento com bombas em paralelo. Já Salvino et al. (2016) avaliou o ganho energético de um sistema de bombeamento operando com e sem controle PID. Os resultados em ambos os trabalhos mantiveram a pressão constante e em Salvino et al. (2016) apresentou uma economia de energia elétrica mínima de 38% e máxima de 55,3%.

Baunsgaard et al. (2016) e Liu e Li (2016) utilizaram um controlador de modelo preditivo (MPC) para controle da pressão. Em comparação com um projeto de controle lógico (*on/off*), a atuação do MPC reduziu o gasto da energia em 10%. Com a redução do custo de energia, o MPC também alcançou diminuição na quantidade de água consumida.

Cunha e Dórea (2016) exploram o uso de um controlador linear multivariável aplicado a um servo sistema de válvulas redutoras de pressão. Os resultados deste controlador demonstraram que este respondeu adequadamente à dinâmica não-linear do sistema para um ponto de operação específico. Contudo, não há uma generalização do ponto de operação, logo sua mudança pode levar a instabilidade do sistema.

Barreto et al. (2016) propõem um controlador Fuzzy, o qual considera além do erro entre a pressão a ser controlada e o valor desejado como entrada, a pressão da sucção da bomba. Outra aplicação é encontrada em Moratori et al. (2016), em que foi avaliado o desempenho do controlador Fuzzy para diferentes funções de pertinências (trapezoidais, gaussiana, triangular, entre outras). Ademais, Mendonça et al. (2016) aborda o controle Fuzzy como estratégia para o controle de pressão em duas zonas topográficas diferentes, atuando na motobomba, válvula e *booster*. Em todos os casos o controlador se mostrou robusto a perturbações e variações temporais, porém, nota-se sua forte dependência do conhecimento do especialista para isto.

Moura et al. (2016) elaboraram um Sistema de Controle Fuzzy Neural (SCFN) e um Sistema de Controle Neural Adaptativo (SCNA) para o controle de pressão em uma rede de distribuição de água. Ambos os controladores atendem os requisitos de projeto, mas o SCNA apresentou maior robustez frente ao SCFN. Por fim, algumas dificuldades foram apontadas pelo autor na fase de treinamento *off-line* da rede neural artificial (RNA) em relação à quantidade de dados disponíveis, o modo com que os dados são apresentados e a sua normalização. Outra aplicação de RNA é encontrada em Filho et al. (2016), a qual proporcionou uma redução no consumo de energia elétrica de 4,143 kWh para 1,401 kWh, resultando numa economia de 66,18%, com uma diminuição de 73,66% no Consumo Específico de Energia Elétrica ( $kWh/m^3$ ).

Rocha et al. (2017) implementaram e testaram dois métodos de sintonização do controlador PID, alocação de polos e Ziegler-Nichols, para o controle de pressão em sistemas de abastecimento de água. O controlador PID projetado por alocação de polos se mostrou mais eficiente durante o regime transitório e permanente, pois, este considera a função de transferência em malha fechada ao invés da resposta ao degrau, como é o método de Ziegler-Nichols.

Wu e Lu (2017) e Fang et al. (2017) comparam a atuação de um PID tradicional e um PID-Fuzzy para o controle da pressão em um sistema de abastecimento de água. Os resultados destas pesquisas concluíram que o PID-Fuzzy possui maior robustez, menor tempo de ajuste, e não precisa de um modelo matemático preciso. Entretanto, para o bom desempenho, depende fortemente do conhecimento do especialista para elaboração das regras e definição dos conjuntos Fuzzy.

Oliveira et al. (2017) aplicaram a técnica de controle Fuzzy em um conjunto motobomba e uma válvula redutora de pressão automática para o controle da pressão

hidráulica em uma rede de distribuição de água. Os resultados mostraram que o controlador manteve a pressão no valor desejado, apesar da variação da demanda de água. Em termos energéticos, foi constatado um ganho energético para a máxima vazão consumida de 13% e de 20% para a vazão mínima consumida.

Em [Wu et al. \(2018\)](#) foi realizado uma comparação entre um controlador Fuzzy-PID e um PID convencional aplicado a um sistema de bombeamento, o qual contém 4 bombas. Os resultados apresentados mostraram que o controlador Fuzzy-PID apresentou melhor desempenho em sua característica transitória e permanente, com menor tempo de banda morta, tempo de subida e estabilização.

[Jensen et al. \(2018\)](#) desenvolveram um controlador do tipo *Iterative Learning Control* (ILC) para controle da pressão em um sistema de abastecimento de água. O controle proposto fornece pontos de ajuste de pressão para todas as entradas na rede ao em vez da vazão, reduzindo a quantidade de medidores de vazão, os quais são normalmente mais caros. Desta maneira, o controlador não depende de um modelo, mas da periodicidade do sinal a ser controlado.

[Carmona-Paredes e Carmona-Benítez \(2018\)](#) propuseram um Controlador Adaptativo auto-ajustável para gerir, ao longo do dia, a pressão hidráulica nos nós de uma rede de distribuição de água por meio do gerenciamento do nível de água em um tanque de armazenamento. O objetivo foi satisfazer com igualdade a demanda requerida em diferentes zonas de uma cidade. Observou-se em 3 dias consecutivos de operação, que o modelo linear utilizado realiza a estimativa da pressão com erro menor que 5% a pressão de cada nó da rede.

[Salvino et al. \(2018\)](#) utilizaram uma Rede Neural Artificial (RNA) para o controle da pressão em um sistema de abastecimento de água com diferentes cotas topográficas e demanda variável. A função objetivo da rede consiste em controlar a pressão em um ponto de operação específico e minimizar o consumo específico de energia (CE) por meio da atuação da motobomba, *booster* e válvula redutora de pressão. Os resultados apresentaram uma redução máxima do CE de 18,37% e mínima de 2,5%, como também manteve a pressão no patamar desejado.

[Liu et al. \(2019a\)](#) e [Liu et al. \(2019b\)](#) desenvolveram um Controlador por Modelo Preditivo para uma rede de distribuição de água de grande porte. Os algoritmos propostos são utilizados para otimizar o nível da água nos reservatórios e a pressão de nó em cada terminal. O controle comportou-se como projetado, assegurando a estabilidade da pressão dos nós.

Em [Pechenik et al. \(2019\)](#) foi realizado o desenvolvimento de um controlador Proporcional e Integral (PI), cujo objetivo é aumentar a eficiência energética e a confiabilidade de unidades de bombeamento de água com bombas em cascata. O erro dinâmico para

duas bombas em cascata não excedeu 3%, além de reduzir as perdas de energia por ciclo de um dia em 30%.

Nerantzis, Pecci e Stoianov (2019) utilizaram um *Neuro-Linguistic Programming* (NLP) não convexa, de modo a obter a otimização, mono-objetivo e multiobjetivo, das curvas de controle para às bombas de velocidade variável e válvulas redutoras de pressão. A função objetivo considerou a pressão zonal média, consumo de energia da bomba de água e o custo do tratamento da água. O controlador mostrando-se robusto a incerteza do sistema hidráulico e as variações de demanda.

Por fim, pode-se encontrar soluções, no ano de 2019, que utilizam lógica Fuzzy aplicados ao controle da pressão em redes de abastecimento de água. Flores et al. (2019b) avaliam a operação de 3 configurações do sistema de bombeamento: série, paralelo e única bomba, as quais se mostraram estáveis no controle da pressão e a operação em paralelo mais eficiente. Flores et al. (2019a) estudam um sistema operando controlado por registro manual, sem controlador e com controle Fuzzy, o qual diminuiu o coeficiente de energia e manteve a pressão da rede constante ao logo da variação da demanda de água. Aplicações similares podem ser encontradas em Moreira, Villanueva e Gomes (2019) e Diniz et al. (2019).

Em vista de tudo que foi apresentado, nos últimos 10 anos foram encontrados nas literaturas diversas técnicas de controle aplicadas aos sistemas de bombeamento de água para o gerenciamento da pressão, com a finalidade de mantê-la estável e reduzir as perdas (elétricas e hidráulicas), aumentando a eficiência energética. Destacando-se, em quantidade, os trabalhos que utilizam técnicas de Controle Fuzzy, PID, Redes Neurais Artificiais, Controle Adaptativo e Controlador por Modelo Preditivo.

Apesar de todos os trabalhos apresentarem resultados satisfatórios para o cenário neles impostos, vale salientar as limitações destas técnicas de controle citadas anteriormente, principalmente se tratando de uma aplicação um sistema de bombeamento real, conforme exposto na Tabela 1.

Dentre os controles expostos, o controle adaptativo é o que apresenta a maior capacidade de generalização, pois seu mecanismo de adaptação pode alterar os ganhos do controlador a partir das mudanças que ocorrem no sistema ao longo do tempo, sem necessariamente haver uma coleta de dados prévia para à modelagem.

O Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência é adequado quando o projetista não possui e/ou não deseja possuir o modelo da planta a ser controlada, pois, este controlador trata de minimizar o erro entre a saída da planta e o modelo de referência previamente projetado enquanto realiza a identificação do sistema, desse modo necessita-se utilizar um critério para avaliar o erro de rastreamento e estimação da planta (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

Tabela 1 – Limitações das técnicas de Controle

Técnica de controle	Limitações
Lógica Fuzzy	A ação do controle limita-se as regras elaboradas pelo especialista; o intervalo de operação é limitado pelas funções de pertinência; depende do conhecimento a priori da dinâmica do sistema.
PID	O desempenho é limitado a plantas invariantes no tempo; a sintonia depende do conhecimento da dinâmica da planta ou da função de transferência;
Redes Neurais Artificiais	Necessita de um conjunto de dados suficientemente grande para realizar o treinamento; a convergência depende do algoritmo de treinamento, função de ativação, topologia da rede adotada e da função custo adotada; exige grande carga computacional.
Controle adaptativo	Depende do ajuste dos ganhos de adaptação, da função custo adotada para minimização do erro entre a planta e o modelo e do algoritmo de identificação, caso a planta seja desconhecida.
Controle de Modelo Preditivo	O desempenho depende fortemente do algoritmo de predição para o ajuste dos ganhos do controlador; a ação do controle depende do horizonte de predição; exige grande carga computacional.

Uma forma de realizar esta avaliação é a utilização do Erro Médio Quadrático (EMQ) como um critério para ajuste dos ganhos do controlador e do modelo estimado. Era entendido, até então, que o momento de segunda ordem (variância com relação à média) seria suficiente na determinação de soluções práticas, onde a distribuição Gaussiana emerge naturalmente como uma distribuição para os processos envolvidos, como consequência do Teorema Central do Limite (RÊGO, 2014).

Então, uma das formas para medir a similaridade entre o sinal de saída da planta e o sinal de saída do modelo de referência é a correlação. Todavia, está trata a informação a partir dos momentos estatísticos de segunda ordem, isto é considerando que a Função de Densidade de Probabilidade (FDP) dos dados é Gaussiana, em casos em que isto não acontece faz-se necessário generalizar a correlação, incluindo a informação presente nos momentos estatísticos de ordem superior (RÊGO, 2014).

Diante disto, a Correntropia é o conceito utilizado para a generalização das funções de correlação e foi desenvolvido por Principe (2010). Este conceito, trata-se de uma função definida positiva que mede a similaridade linear ou não linear entre duas variáveis aleatórias, que envolve estatística de ordem superior. A Correntropia vem sendo utilizada em diversas aplicações como uma alternativa de função de custo para sistemas adaptativos com um critério denominado de Critério da Máxima Correntropia (MCC), por se tratar de

uma medida de semelhança robusta quando o ruído presente nos dados é não gaussiano, não possui média zero, há ruídos impulsivos e *outliers* (RÊGO, 2014) (BESSA; MIRANDA; GAMA, 2009).

Neste trabalho, propõe-se um sistema de Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência baseado na Teoria da Informação, precisamente no Critério de Máxima Correntropia, como critério de avaliação do erro do mecanismo de adaptação e estimação paramétrica aplicada a um sistema de abastecimento de água. Busca-se avaliar a robustez deste controlador a mudança do valor de referência, variação no tempo dos parâmetros da planta e à presença de ruídos e perturbações.

## 3 Sistemas de Abastecimento de Água

Neste capítulo serão abordados os aspectos relativos aos sistemas de abastecimento de água. Para melhor compreensão este capítulo será dividido da seguinte forma: características do sistema de bombeamento (seção 3.1), potência e rendimento (seção 3.2), curvas características (seção 3.3) e controle do desempenho das motobombas (seção 3.4).

### 3.1 Características de um sistema de abastecimento de água

Os sistemas de abastecimento de água podem ser definidos como um conjunto de equipamentos, obras e serviços, cujo objetivo é suprir a demanda de água de uma determinada população. Estes sistemas são compostos, basicamente, por possuir os seguintes subsistemas: captação, estação de tratamento de água (ETA), reservatório, estação elevatória, adutora e a própria rede de distribuição, conforme exposto na [Figura 2](#) (GOMES, 2009).

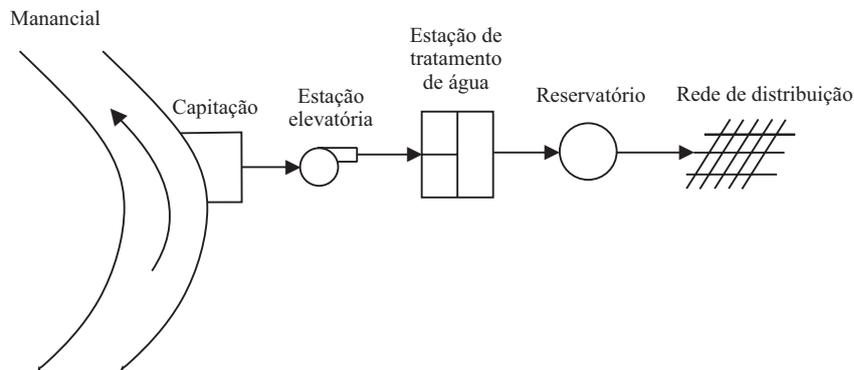


Figura 2 – Esquema simplificado de um sistema de abastecimento de água (adaptado (TSUTIYA, 2004))

Dessa forma, a água que sai do reservatório de distribuição (como ilustrado na [Figura 2](#)), pode ser pressurizada, tipicamente, na tubulação de duas maneiras através da gravidade e/ou por uma motobomba. Na primeira hipótese, a água é transportada até o consumidor sem o uso de energia elétrica. Por outro lado, no segundo caso, necessita-se de um sistema de impulsão artificial, isto é, por uma motobomba hidráulica unida a um motor elétrico.

Sendo assim, a energia que ambos os métodos de impulsão devem fornecer ao fluido deve ser suficiente para vencer a altura geométrica de sucção, a altura geométrica de recalque, as perdas de cargas e as cargas cinéticas, conforme exposto na [Figura 3](#) (TSUTIYA, 2004). Este carregamento superado pela motobomba é denominado de altura

manométrica e tem unidade em metros (m). Onde a sua expressão é dada por:

$$H = H_g + \sum \Delta H_s + \sum \Delta H_r + \frac{V_r^2}{2g} \quad (3.1)$$

Em que:

$H$ : altura manométrica (m);

$H_g$ : altura geométrica (m);

$\sum \Delta H_s$ : somatório das perdas de cargas distribuídas e localizadas, na tubulação de sucção (m);

$\Delta H_r$ : somatório das perdas de cargas distribuídas e localizadas, na tubulação de recalque (m);

$\frac{V_r^2}{2g}$ : carga cinética no recalque (m).

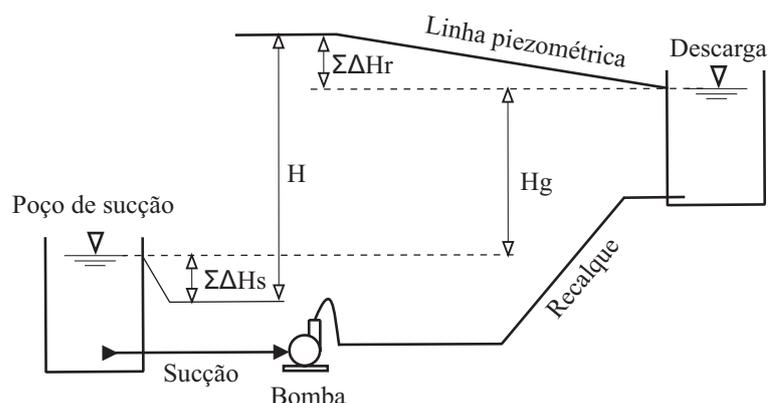


Figura 3 – Esquema hidráulico de um sistema de bombeamento com motobomba afogada (TSUTIYA, 2004).

Os sistemas de impulsão mais utilizados nas estações de bombeamentos são as bombas centrífugas, estas aceleram o fluido através da rotação do rotor, transformando a energia cinética em energia de pressão, na saída deste dispositivo. Estas transferências de energias só são possíveis devido aos motores elétricos, que são responsáveis por fornecer ao eixo da bomba energia mecânica que posteriormente é transformada em energia cinética e, por fim, em energia hidráulica, isto é, através da vazão e pressão (TSUTIYA, 2004) (GOMES, 2009).

Em muitos casos, o sistema de abastecimento de água deve atender regiões com diferentes níveis topográficos. Sendo assim, faz-se necessário realizar manobras com o objetivo de aumentar a altura manométrica na saída do sistema localizado a montante da região de menor cota topográfica, com o propósito de atender com pressão e vazão necessárias, as regiões mais elevadas. Considerando que a característica do sistema seja homogênea e que não há perdas, a zona baixa deste sistema apresentará um excesso de

pressão, ocasionando um aumento de volume de vazamento e há a possível quebra dos equipamentos (SALVINO *et al.*, 2018).

Logo, uma das formas para contornar o problema exposto no parágrafo anterior é a instalação de válvulas redutoras de pressão (VRPs) na entrada das zonas as quais apresentam pressão em excesso. Estes dispositivos têm a função de acrescentar uma perda de carga ao sistema, evitando excesso de pressão em momentos de mínima demanda, conforme exposto no esquema da Figura 4.

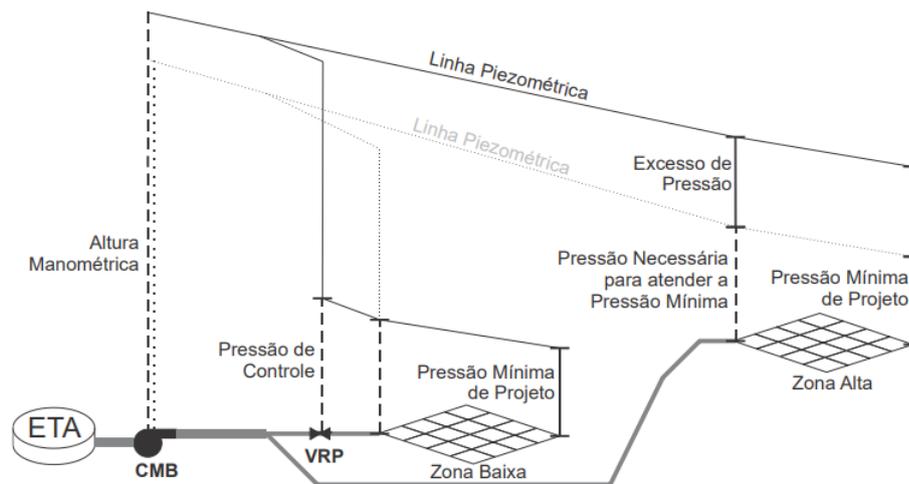


Figura 4 – Representação de um sistema de abastecimento de água operado por um conjunto motobomba (CMB) e uma VRP (SALVINO *et al.*, 2014 apud (SALVINO *et al.*, 2018)).

## 3.2 Potência e rendimento

Motores elétricos são dispositivos capazes de transformar a energia elétrica em energia mecânica, na forma de velocidade e torque em seu eixo. Dessa forma, pode-se definir a potência elétrica ativa de um motor trifásico como sendo:

$$P = \sqrt{3}VI\cos(\Phi) \quad (3.2)$$

em que:

$P$ : potência elétrica ativa (Watt);

$V$ : tensão por fase (Volt);

$I$ : corrente de cada fase (Ampere);

$\cos(\Phi)$ : fator de potência, que representa a defasagem entre a tensão e a corrente.

Utilizando os valores da potência elétrica obtidas na Equação (3.2) e sabendo o rendimento do motor ( $\eta_m$ ) ou sua potência mecânica ( $P_m$ ) do motor é possível calcular

o valor desconhecido, rendimento ou potência mecânica, através da Equação (3.3). Esta expressão indica quanto de energia elétrica é convertida em energia motriz no eixo do motor.

$$\eta_m = \frac{P_m}{P} \quad (3.3)$$

De outro modo, a energia total entregue ao fluido pela bomba é a altura manométrica ( $H$ ), a qual representa a quantidade de energia recebida por cada unidade de peso de fluido bombeado (energia/peso). Diante disto, para chegar em uma expressão com unidades de potência, multiplica-se a esta energia  $H$  pela vazão gravimétrica ( $\gamma_l Q$ ), culminando na (3.4) (GOMES, 2009).

$$P_{hid} = \gamma_l Q H \quad (3.4)$$

em que:

$P_{hid}$ : Potência hidráulica útil (Watt);

$\gamma_l$ : Peso específico do líquido (peso/volume);

$Q$ : Vazão (volume/tempo);

$H$ : altura manométrica (energia/peso).

Desta maneira, a partir das Equações (3.2) e (3.4) é possível calcular o rendimento do conjunto motobomba através da expressão:

$$\eta = \frac{P_{hid}}{P} = \frac{\gamma_l Q H}{\sqrt{3} V I \cos(\Phi)} \quad (3.5)$$

Outra maneira de expressar o rendimento do conjunto motobomba é através do produto do rendimento do motor elétrico ( $\eta_e$ ) e o rendimento da bomba ( $\eta_b$ ), conforme expresso na Equação (3.6):

$$\eta = \eta_e \eta_b \quad (3.6)$$

Ainda, é possível se obter o valor do rendimento do motor elétrico ( $\eta_e$ ) e o rendimento da bomba ( $\eta_b$ ) através do catálogo do fabricante, o qual fornece as curvas dos ensaios de caracterização destes dispositivos.

### 3.3 Curvas características da bomba e do sistema

Para selecionar a bomba adequada para o projeto do sistema de abastecimento, deve-se considerar a vazão e a altura manométrica total requerida. Diante disto, procura-se em catálogos a bomba com menor potência que satisfaça esses valores, isto é, procura-se a bomba mais adequada e eficiente para esta aplicação.

As características de desempenho das bombas, em especial das bombas centrífugas, são apresentadas por curvas fornecidas pelos fabricantes. As curvas características das bombas centrífugas relacionam a vazão recalçada com a altura manométrica ( $H$ ), com a potência elétrica absorvida ( $P$ ) e com o rendimento ( $\eta$ ).

Em muitos catálogos também é possível encontrar a altura máxima de sucção ( $H_{s,max}$ ) ou a energia específica positiva líquida de sucção requerida pela bomba (NPSH, do inglês, *net positive suction head*). Neste contexto, será considerado o esquema da [Figura 5](#) como exemplo de um sistema de bombeamento composto por uma bomba centrífuga utilizando água a 20°C. A bomba possui velocidade de rotação nominal de 1750 rpm, e é acionada por um motor elétrico de indução trifásico com uma tensão de 380 V, fator de potência 0,87 e rendimento, que pode ser considerado constante, de 91 %. O desnível entre os manômetros é de 0,5 m e os diâmetros das tubulações de aspiração e recalque são de 150 mm ([GOMES, 2009](#)).

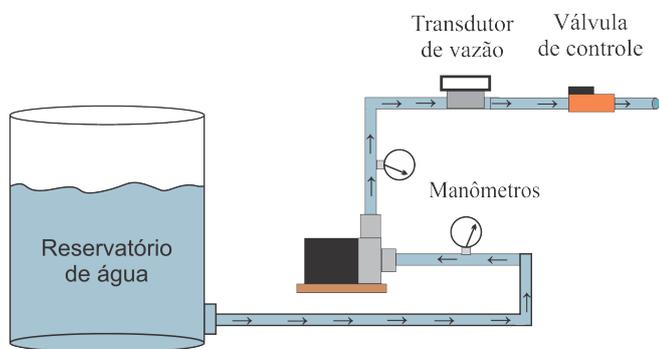


Figura 5 – Esquema exemplo de um sistema operando com um conjunto motobomba, transdutores e válvula de controle.

Na [Tabela 2](#) está exposto o resultado do ensaio de caracterização do conjunto motobomba citado no parágrafo anterior. Neste ensaio, o registro de saída da bomba é fechado totalmente (vazão,  $Q = 0 \text{ l/s}$ ) e o conjunto motobomba opera em velocidade nominal, logo obtém-se a altura manométrica ( $H$ ) máxima oferecida pelo sistema. Em seguida, o registro é aberto gradativamente, até ficar totalmente aberto, obtendo vazão máxima e a mínima altura manométrica.

Ademais, a potência hidráulica ( $P_{hid}$ ) é obtida utilizando a Equação (3.4). Por outro lado, a potência mecânica ( $P_m$ ) é determinada de maneira indireta, através dos valores

medidos das grandezas elétricas, ou seja, multiplicando a Equação (3.2) pelo rendimento do motor elétrico. Por fim, o rendimento da bomba é obtida utilizando as Equações (3.5) e (3.6). A representação gráfica dos valores apresentados na Tabela 2 está exposto na Figura 6.

Tabela 2 – Rendimento x Vazão x Altura Manométrica.

Nº	Vazão Q (m <sup>3</sup> /h)	Altura Manométrica H (m)	Potência Útil P <sub>hid</sub> (cv)	Potência Mecânica P <sub>m</sub> (cv)	Rendimento η (%)
1	0	40,1	0,0	17,0	0,000
2	110	37,0	15,1	22,1	0,682
3	180	33,1	22,1	26,2	0,843
4	230	28,2	24,0	31,1	0,771
5	250	26,4	24,5	31,7	0,772
6	270	24,0	24,0	31,8	0,753
7	320	16,2	19,2	33,2	0,578
8	340	11,1	14,0	33,9	0,411

Nota-se na Figura 6 que a altura manométrica da bomba apresenta um formato decrescente, isto significa que a medida com que a válvula é aberta, a pressão na saída da bomba diminui, isto é, diminuindo a perda de carga na saída do sistema, conseqüentemente aumentando a vazão. Por outro lado, a curva do rendimento apresenta-se com um formato de parábola, obtendo seu valor máximo na pressão máxima e na metade da vazão máxima e, após este ponto, a pressão diminui e a vazão atinge o seu valor máximo.

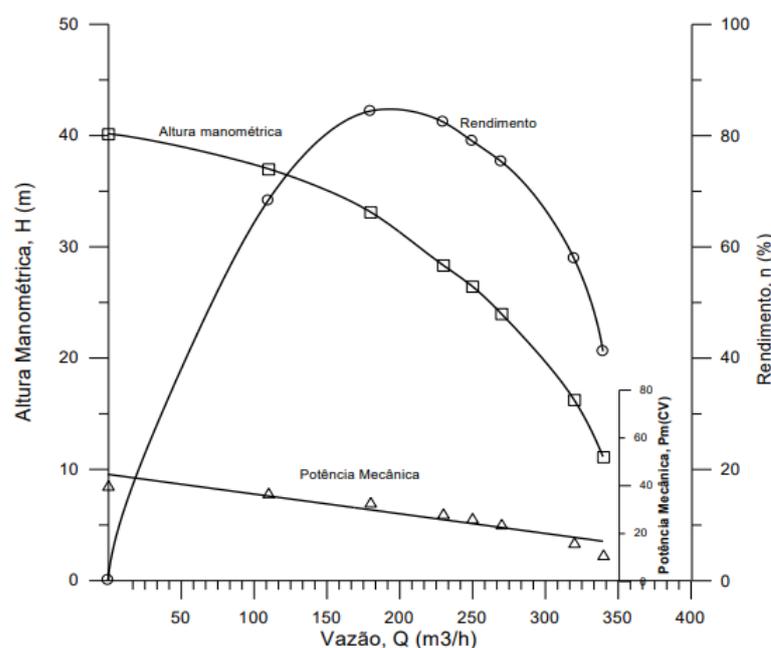


Figura 6 – Curvas características (GOMES, 2009).

## 3.4 Ajuste do desempenho do sistema de bombeamento

Na [Figura 7](#) estão ilustradas a curva da bomba e a curva do sistema. A primeira é fornecida pelo fabricante da bomba ou pode ser obtida através de ensaios experimentais. Já a segunda é obtida monitorando o sistema do instante da partida da motobomba até o momento em que está atinge à sua velocidade nominal. Ambas as curvas apresentam-se em termos de altura manométrica e vazão. O ponto de interseção destas duas curvas é denominado de ponto de operação e consistem no par ordenada pressão/vazão ótima para atender a demanda requisitada pelo sistema hidráulico. Portanto, para mudar este ponto pode ser modificada a curva da bomba ou a curva do sistema.

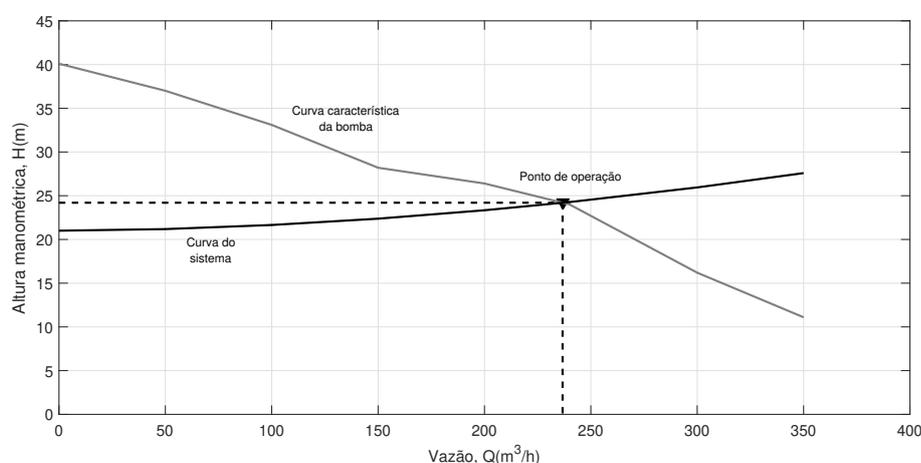


Figura 7 – Ponto de operação do sistema de bombeamento (adaptado de (GOMES, 2009))

A curva do sistema pode ser modificada através da resistência do escoamento, por exemplo, através do fechamento de registros ou das válvulas, instalando uma passagem alternativa no sistema (*bypass*), modificando o diâmetro da tubulação. Este último ocorre naturalmente, tendo em vista o envelhecimento da tubulação.

Já a curva da bomba pode ser modificada através da alteração no diâmetro do rotor, ligando e desligando a bomba, ou até mesmo através da associação dos conjuntos motobombas em série, ou em paralelo. Outra alternativa bastante usada atualmente é a modificação da velocidade de rotação, este procedimento modifica simultaneamente a vazão, pressão e potência requerida, isto devido à lei de afinidade das bombas (GOMES, 2009).

### 3.4.1 Ajuste pelo uso de válvula redutora de pressão

O controle da vazão e, conseqüentemente, a mudança do ponto de operação de um sistema de bombeamento pode ser realizada através da regulação de uma válvula, seja ela manual ou eletrônica.

Dessa forma, considerando o sistema hidráulico cuja operação foi apresentado na seção 3.4, o qual funciona com uma bomba em um determinado ponto de operação, onde deseja-se diminuir a vazão, então é realizado o fechamento da válvula, de modo a atingir a vazão requerida. Esta obstrução produz um aumento na perda de carga (diminuição da pressão após à válvula), o que modifica a curva original do sistema e produz o deslocamento do ponto de operação, conforme ilustrado na Figura 8.

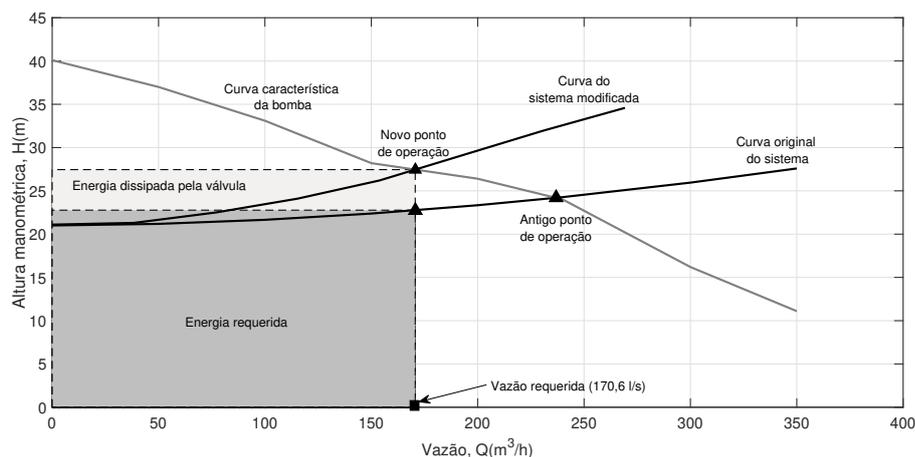


Figura 8 – Ajuste com estrangulamento de válvula (adaptado de (VOLK, 2013)).

Além disso, nota-se que o aumento da perda de carga se traduz em uma energia dissipada na forma de calor devido ao atrito causado pela água na válvula constrita. Este método apesar de ser de baixo custo, mostra-se pouco eficiente e deve ser evitado sempre que possível.

### 3.4.2 Ajuste por variação da rotação da motobomba

O teorema de II ou também chamado de teorema de *buckingham*, nos estudos dos escoamentos semelhantes permite, de maneira simplificada, transformar um problema dependendo de  $n$  grandezas físicas originais em um problema similar envolvendo um número  $k < n$  de parâmetros adimensionais, escritos a partir das grandezas originais (GOMES, 2009).

Para que dois escoamentos sejam semelhantes, além da semelhança geométrica, faz-se necessário que haja igualdade entre estes parâmetros nos dois escoamentos. As relações resultantes dessa igualdade vêm a ser as leis de afinidade (GOMES, 2009).

Dessa forma, lei da afinidade permite que uma determinada bomba com o diâmetro do rotor específico pode apresentar diferentes curvas características ao modificar a sua velocidade de rotação, conforme exposto nas Equações (3.7), (3.8) e (3.9).

$$\frac{H_1}{N_1^2} = \frac{H_2}{N_2^2} \quad (3.7)$$

$$\frac{Q_1}{N_1} = \frac{Q_2}{N_2} \tag{3.8}$$

$$\frac{P_1}{N_1^3} = \frac{P_2}{N_2^3} \tag{3.9}$$

Portanto, sendo conhecida uma das condições de operação, isto é, vazão, altura manométrica ou potência, para uma determinada rotação  $N_1$ , pode-se calcular os valores das novas condições de operação para outra velocidade de rotação  $N_2$ . A Figura 9 ilustra a modificação da curva característica de uma bomba para diferentes valores de rotação.

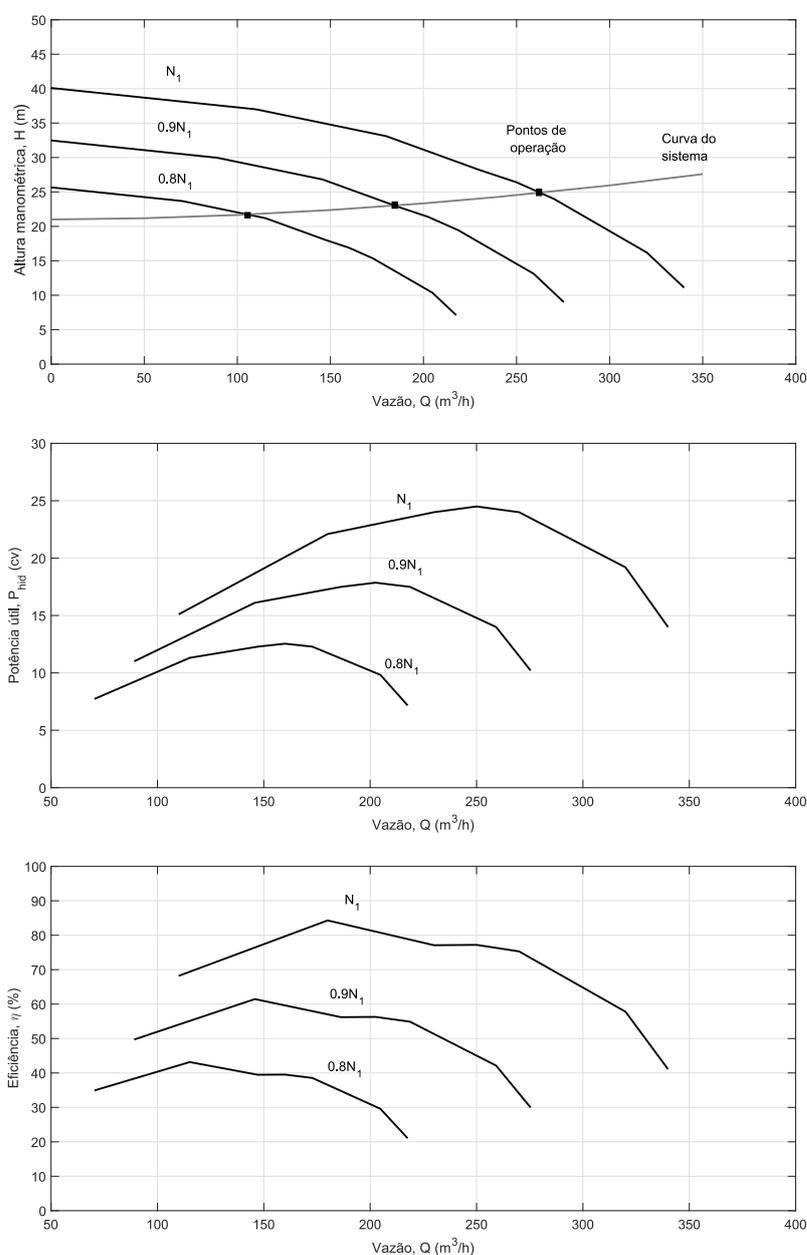


Figura 9 – Curvas de operação de uma bomba para diferentes valores de rotação.

### 3.4.3 Eficiência energética por uso de bombas com velocidade variável

O uso de velocidade variável nos sistemas de bombeamento é justificado, pois, grande parte destes sistemas apresentam uma ampla variação no fluxo requerido durante o dia. No entanto, não é necessária uma faixa extremamente ampla de fluxo para justificar o uso de um sistema de bombeamento de velocidade variável, uma vez que a diminuição de 10 % da vazão pode reduzir a necessidade de energia em 27 %, independente das características do conjunto motobomba (VOLK, 2013).

Logo, para ilustrar o efeito econômico causado pela variação da velocidade de rotação da bomba em um sistema de bombeamento de água, será analisado as curvas da Figura 10 de um exemplo exposto em Volk (2013). Nela são apresentadas 6 curvas, as curvas  $B(\eta - Q)$  e  $A(\eta - Q)$  que relacionam a vazão ( $Q$ ) com a eficiência ( $\eta$ ), as curvas  $B(H - Q)$  e  $A(H - Q)$  que relacionam a vazão com a pressão ( $H$ ). Por fim, as curvas X e Y, as quais modelam a dinâmica do sistema em duas situações: sem e com a ação de um registro para redução da vazão. Em que, A e B designam duas situações de operações distintas.

Sendo assim, foi considerado que a curva A, é a curva de uma motobomba operando com velocidade nominal  $N_1 = 1750 \text{ rpm}$ , oferecendo uma vazão  $Q_1 = 196 \text{ m}^3/\text{h}$ . Esta, deve passar a operar com  $Q_2 = 88 \text{ m}^3/\text{h}$ . Sendo que o ponto de operação da bomba ocorre na intercepção da curva do sistema com a curva da bomba, no ponto  $ax$ .

Portanto, para alcançar a menor vazão ( $Q_2$ ), inicialmente foi realizando uma manobra de estrangulamento na descarga da motobomba através de uma válvula, fazendo com que a nova curva do sistema Y cruze a curva A da bomba com vazão  $Q_2$ , no ponto  $ay$  (ver Figura 10). Isto provoca menor eficiência e excesso de pressão na saída da motobomba.

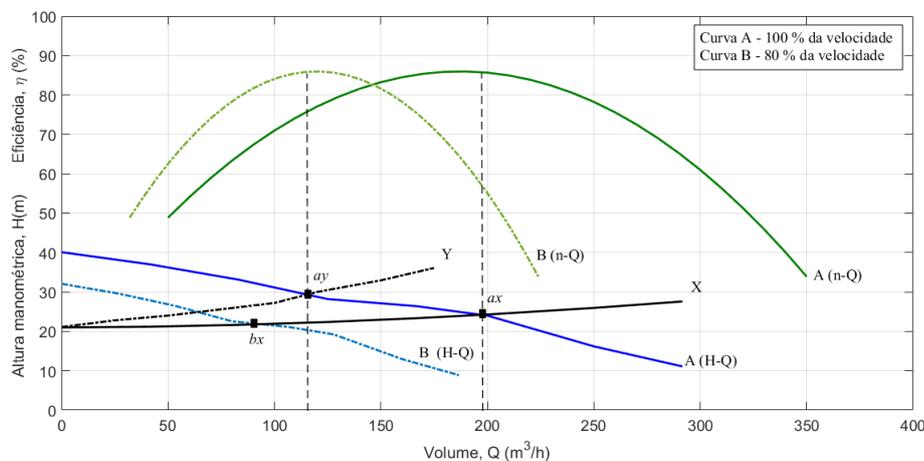


Figura 10 – Curva H-Q da bomba e de eficiência para duas velocidades e curva do sistema para dois pontos de operação (VOLK, 2013).

Uma alternativa que promove maior eficiência hidroenergética para alcançar a

menor vazão, é controlar a velocidade de rotação da motobomba. Portanto, a vazão ( $Q_2$ ) pode ser alcançada com a motobomba operando com 80% da velocidade nominal. Este valor foi determinado através da lei da afinidade, conforme descrito nas Equações (3.10) e (3.11). Os demais valores de vazão, pressão e eficiência estão ilustrados na Figura 10.

$$Q_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) Q_1 = \left(\frac{0,8N_1}{N_1}\right) 110 = 88 \quad (3.10)$$

$$H_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 H_1 = \left(\frac{0,8N_1}{N_1}\right)^2 40,1 = 32,8 \quad (3.11)$$

Quando a velocidade da motobomba diminui, a vazão também é reduzida, criando uma curva da motobomba (curva B), a qual segue a curva do sistema X até a menor vazão e o sistema operará no ponto  $bx$ , no ponto de maior eficiência, conforme ilustrado na Figura 10.

O aumento da eficiência é verificado, pois, não há nenhuma queda de pressão artificial imposta ao sistema para a redução da vazão, a perda de energia é minimizada e o sistema passará a operar com maior eficiência em comparação ao método que utiliza válvula redutora, o qual força a curva do sistema acompanhar a curva da bomba até o ponto de vazão desejado.

## 3.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os principais componentes de um sistema de abastecimento de água, bem como a curva característica do sistema e da motobomba. Além disso, foram apresentadas as principais categorias de ajustes, seja por válvula ou variação da rotação do conjunto motobomba, para obter a máxima eficiência do sistema. Porém, em muitos casos este ajuste é realizado de maneira manual pelo operador.

Neste contexto, devido aos inúmeros nós, características variantes no tempo e aleatoriedade dos sistemas de abastecimento de água, fica evidente a necessidade de um sistema de controle automatizado para regular o ponto de operação deste sistema, de modo a operar sempre no ponto de máxima eficiência hidroenergética, isto é, evitando perdas por excesso de pressão, desgaste dos equipamentos e diminuição do consumo de energia elétrica nas estações de bombeamento.

## 4 Teoria da Informação

O estudo da aplicação de funções *kernel* em sistemas que utilizam mecanismos de adaptação têm atraído cada vez mais atenção, pois possibilita a aproximação não linear universal por meio de *kernels* universais, lineares e convexos, o qual reproduz o *Reproducing Kernel Hilbert Space (RKHS)*. Entre eles, o algoritmo do *kernel least mean square* (KLMS) merece particular atenção por sua simplicidade e aprendizado sequencial (ZHAO; CHEN; PRINCIPE, 2011).

Classicamente, os controladores adaptativos convencionais utilizavam como critério de ajuste dos ganhos de adaptação o Erro Médio Quadrático (EMQ), pois, se acreditava que o momento de segunda ordem (variância com relação à média) seria suficiente na determinação de soluções práticas. Contudo, este método limita-se a estas premissas, desprezando as informações contidas em momentos estatísticos de ordem superior. Logo, torna-se inadequado sua aplicação em situações onde a planta apresenta características não lineares e a Função de Densidade de Probabilidade do erro de rastreamento e estimação paramétrica não é Gaussiana.

Assim sendo, de modo a superar as restrições do EMQ como critério de ajuste de peso em sistemas adaptativos, foi desenvolvido o conceito de Correntropia. Este conceito, trata-se de uma generalização das funções de correlação, porém, esta mede a similaridade linear e não linear entre duas variáveis aleatórias, que envolve estatística de ordem superior. A Correntropia vem sendo utilizada em diversas aplicações como uma alternativa de função de custo para sistemas adaptativos com um critério denominado de Critério da Máxima Correntropia (MCC), pois, trata de uma medida de semelhança robusta quando o ruído presente nos dados é não Gaussiano, não possui média zero e há dados espúrios denominados de *outliers* (BESSA; MIRANDA; GAMA, 2009).

Portanto, este capítulo está dividido como segue: seção 4.1 é apresentado um breve histórico da teoria da informação, seção 4.2 e seção 4.3 são apresentados os conceitos de entropia de Shannon e Rényi, respectivamente, seção 4.4 está explicitado o estimador não paramétrico, janela de Parzen, seção 4.5 encontra-se a definição de Correntropia e seu uso como função custo para maximizar a similaridade entre duas variáveis aleatórias.

### 4.1 Fundamentos da teoria da informação

A Teoria da Informação pode ser definida como o tratamento estatístico da informação, isto é, da medição de um conteúdo em termos das suas características essenciais distintivas ou pelo número de alternativas a partir da qual torna possível uma esco-

lha, e da eficiência dos processos de comunicação entre o ser humano e as máquinas (MERRIAM-WEBSTER, 2020).

O formulismo matemático desta teoria foi lançada em um artigo no ano de 1948 por Shannon, intitulado: "*A Mathematical Theory of Communication*" (Uma Teoria Matemática da Comunicação). Shannon investigou os fundamentos matemáticos do modo ótimo de transmitir mensagens por meio de canais ruidosos (SHANNON, 1948).

Assim, com o trabalho de Shannon o termo “entropia”, que na termodinâmica denomina a desordem das moléculas ou grau de liberdade molecular, recebe uma nova conotação, agora no campo da Teoria da Informação, a qual se define como uma forma de medir o grau de incerteza de fontes de informação, como resultado permite a quantificação da informação transmitida. Em outras palavras, quanto mais incerto é o resultado de uma variável aleatória, maior é a informação obtida com a sua ocorrência (SHANNON, 1948) (ESQUEF, 2002).

## 4.2 Entropia de Shannon

O conceito de entropia surge pela primeira vez em 1850 pelo cientista alemão Rudolph Clausius, este teve como objetivo demonstrar a direcionalidade de processos físicos. Clausius desenvolveu uma formulação matemática que permite exprimir o efeito da irreversibilidade em termos da quantidade de calor trocada e das temperaturas de dois corpos, denominando esta função de entropia (ESQUEF, 2002).

Já em 1870, Ludwig von Boltzmann redefiniu o conceito de entropia, em que por métodos estatísticos propostos por Maxwell estabeleceu uma relação entre a entropia e a análise estatística do movimento molecular mediante a quantificação de sua ordem ou desordem em escala atômica (ESQUEF, 2002).

Por outro lado, o matemático americano Claude Shannon inspirado nos trabalhos citados anteriormente, definiu a medida de entropia, que quando aplicada a uma fonte de informação, poderia determinar a capacidade do canal para transmitir uma mensagem codificada, relacionando a incerteza de se obter uma informação e a capacidade informativa da fonte (SHANNON, 1948). De modo geral, mede o nível de informação de uma variável aleatória a partir das probabilidades de seus eventos, isto é, quanto mais incerto é o resultado, maior é a informação que se obtém ao observar sua ocorrência.

Segundo Shannon (1948), pode-se expressar matematicamente a entropia de uma fonte de informação pela esperança do produto do ganho de informação de cada símbolo por sua probabilidade de ocorrência. Sendo assim, assumindo uma variável aleatória  $X$ , independente e identicamente distribuída (é quando cada variável aleatória tiver a mesma distribuição de probabilidade das outras e todas forem mutuamente independentes), com

$x_i$  pertencente a  $\mathbb{R}^D$ . Coletando então uma amostra  $A$  com  $n$  pares  $\{x_i, y_i\}$ . Se a função de densidade de probabilidade de  $X$  for descrita por  $P = \{(x_i, p_i(x_i), i = 1..n)\}$ , então a entropia de uma fonte discreta de informação é dada pela Equação (4.1), atendendo as seguintes condições:  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$  e  $p_i \geq 0$ .

$$H_1(X) = E[-\log_2(P)] = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) \quad (4.1)$$

Para uma distribuição contínua, em que a função de densidade de probabilidade de  $X$  é  $p(X)$ , se tem a Equação (4.2). O desenvolvimento desta generalização pode ser encontrada em mais detalhes em (SHANNON, 1948).

$$H_1(X) = \int p(x) \log_2(p(x)) dx \quad (4.2)$$

Ao analisar as Equações (4.1) e (4.2), pode-se constatar as seguintes características:

- Quando  $p(x) = 0$ , a entropia também é nula, pois  $p(x) \log_2(p(x))$  tende a 0 quando  $p(x)$  tende a 0;
- A entropia atinge o valor mínimo para um único evento quando  $p = 1$ ;
- A entropia atinge o valor máximo,  $H_1 = 1$  bit/símbolo, quando os símbolos são equiprováveis;
- A entropia de uma fonte de informação de  $k$  símbolos é limitada de 0 a  $\log_2 k$ .

De modo a elucidar o conceito exposto, serão apresentados dois exemplos. O primeiro, considera o sistema  $S_1$  com dois estados 0 e 1, cuja transição do estado 0 para o estado 1 e a transição do estado 1 para o estado 0 possuem probabilidade igual a 1 ( $p_1 = p_2 = 1$ ), conforme ilustrado na Figura 11.

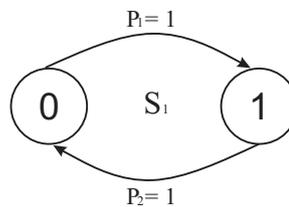


Figura 11 – Sistema  $S_1$ .

Sendo assim, de acordo com a teoria da entropia de Shannon e utilizando a Equação (4.1), a entropia do sistema  $S_1$  pode ser definida como:

$$H_1(S_1) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) = -[1 \log_2(1) + 1 \log_2(1)] = 0 \quad (4.3)$$

O valor obtido com o cálculo da entropia demonstra o grau de incerteza presente em um sistema a partir da probabilidade de um dado evento acontecer. Portanto, ao se obter  $H_1(S_1) = 0$  na Equação (4.3), significa não haver incerteza no sistema  $S_1$ , pois, todos os eventos possuem 100% de probabilidade de acontecer.

O segundo exemplo, considera um sistema  $S_2$ , também com dois estados 0 e 1, sendo a probabilidade  $p_1$  igual a 50% do elemento está em 0 e continuar em 0 e a probabilidade  $p_2$  igual a 50% do elemento está em 0 e transicionar para 1, como ilustrado na Figura 12.

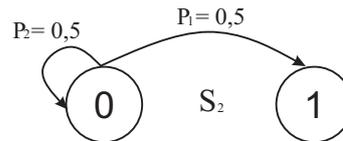


Figura 12 – Sistema  $S_2$  .

Logo, o cálculo da entropia desse sistema dar-se por:

$$H_1(S_2) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) = -[0,5 \log_2(0,5) + 0,5 \log_2(0,5)] = 1 \quad (4.4)$$

Portanto, o resultado alcançado na Equação (4.4) demonstra que o sistema  $S_2$  possui um certo nível de incerteza, consequência da probabilidade de cada evento acontecer. Logo, quando maior o valor resultante do cálculo da entropia, maior o nível de incerteza presente no sistema. Vale salientar que a entropia não se limita à 1, podendo atingir valores maiores.

### 4.3 Entropia de Rényi

A generalização da entropia de Shannon foi proposta em meados da década de 1950. Rényi pretendia encontrar uma classe generalizada de medida de informação que preservasse a aditividade de sistemas estatisticamente independentes e fosse compatível com os axiomas de probabilidade de Kolmogorov (PRINCIPE, 2010).

Assumindo uma variável aleatória  $X$ , independente e identicamente distribuída, com  $x_i$  pertencente a  $\mathbb{R}^D$ . Coletando então uma amostra  $A$  com  $n$  pares  $\{x_i, y_i\}$ . Se a função de densidade de probabilidade de  $X$  for descrita por  $P = \{(x_i, p_i(x_i), i = 1..n)\}$ , então a entropia de Rényi de uma fonte discreta de informação é dada pela Equação (4.5), atendendo as seguintes condições:  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ,  $p_i \geq 0$ ,  $\alpha > 0$  e  $\alpha \neq 1$  (PRINCIPE, 2010).

$$H_\alpha(X) = \frac{1}{1 - \alpha} \log_2 \left( \sum_{i=1}^n p_i^\alpha \right) \quad (4.5)$$

Já para uma variável aleatória contínua pode-se expressar a Equação (4.5) como:

$$H_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \int p(x)^\alpha dx \quad (4.6)$$

em que o valor de  $\alpha$  determina a ordem da expressão.

Conseqüentemente, fazendo  $\alpha$  tender a 1, seja pela direita ou pela esquerda, a entropia de Rényi torna-se igual à entropia de Shannon. Já para  $\alpha = 2$ , comumente conhecida como entropia quadrada de Rényi, apresenta vantagem frente a entropia de Shannon devido sua forma mais simples de cálculo, enquanto em Shannon depende da soma ponderada da função de densidade de probabilidade, a Rényi quadrada depende apenas da integral do quadrado da função de densidade de probabilidade (FDP) (PRINCIPE, 2010).

## 4.4 Estimativa de uma FDP com janela de Parzen

O conhecimento da FDP é fundamental para o desenvolvimento das teorias abordadas nas seções 4.2 e seção 4.3 e as que serão abordadas em seções posteriores, porém, em muitos dos casos, estas funções não são conhecidas. Dessa forma, se faz necessário o uso de mecanismos de estimação destas funções.

A técnica empregada neste trabalho para estimar a FDP de uma coleção de amostras é chamada de Janela de Parzen, publicado no ano de 1962, por Emanuel Parzen com o título "*On estimation of a probability density function and mode*" (PARZEN, 1962). Este método trata-se de uma técnica não paramétrica para estimação da FDP de um conjunto de dados usando as amostras dos próprios dados.

Dentre das diversas vantagens, o método de Parzen é contínuo, isto é, derivável, é determinístico para valor fixo da largura do *kernel* ( $\sigma$ ), logo o desempenho também é determinístico e seu ajuste é feito mediante do  $\sigma$  e do número de amostras  $N$  (ASSENZA; VALLE; VERLEYSSEN, 2008).

Antes de apresentar a formulação matemática deste método é necessário definir o que é *kernel*. Principe (2010) define *kernel* como sendo uma função simétrica e normalizada. A simetria garante que a média da distribuição correspondente seja igual a da amostra utilizada, já a normalização garante que o método de estimativa da densidade do *kernel* culmine em uma função de densidade de probabilidade.

A abordagem da janela de Parzen para uma estimação não paramétrica da FDP de uma coleção de amostras é então aplicada considerando-se inicialmente um conjunto de amostras independentes,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ , cuja sua FDP é desconhecida,  $p(x)$ . Então,

a estimativa de  $p(x)$  do conjunto  $X$  é dada por:

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \kappa(x - x_k) \quad (4.7)$$

em que  $\kappa$  é a função *kernel* usada.

Para este trabalho, será utilizado o *kernel* Gaussiano (Normal), conforme a Equação (4.8), apesar de não ser o mais eficiente, quando comparado com o Epanechnikov, apresenta curvas de densidade mais suaves frente as outras funções *kernels* (GRAMACKI, 2018).

$$G_{\sigma}(x - x_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x_k)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.8)$$

Este método de estimação requer uma escolha correta do valor de  $\sigma$ . Um  $\sigma$  pequeno resultará em super ajuste: a estimativa mostrará picos em torno de cada dado. Por outro lado, um  $\sigma$  grande resultará em excesso de regularização: a estimativa será mais suave que o FDP real (ASSENZA; VALLE; VERLEYSSEN, 2008).

Exemplificando este conceito, considere um conjunto de seis amostras independentes,  $x = \{-3, -1, -0,5, 1,5, 2, 3\}$ , cuja função de densidade de probabilidade é oculta. Julgando conhecer os erros de medição de cada uma, é possível estimar suas respectivas FDP usando a Equação 4.8. Por fim, de posse de cada uma dessas FDPs, utiliza-se a Equação 4.9 para determinar a FDP do conjunto  $x$  de amostras.

Nas Figuras 13, 14 e 15 estão ilustradas as estimativas das funções de densidade de probabilidade utilizando o método das janelas de Parzen para diferentes larguras do *kernel* Gaussiano  $\sigma$ . A FDP verdadeira é obtida por meio do cálculo da média das 6 curvas estimadas, tornando unitário o valor de sua integral.

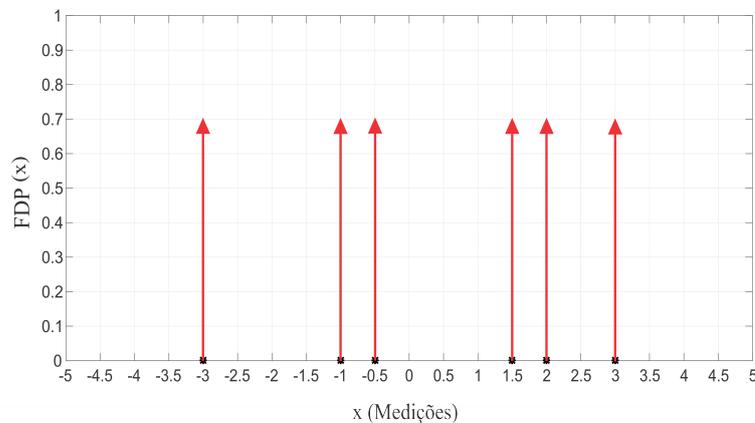


Figura 13 – Ilustração de uma amostra de 6 pontos representados por pulsos de Dirac ( $\sigma = 0$ )

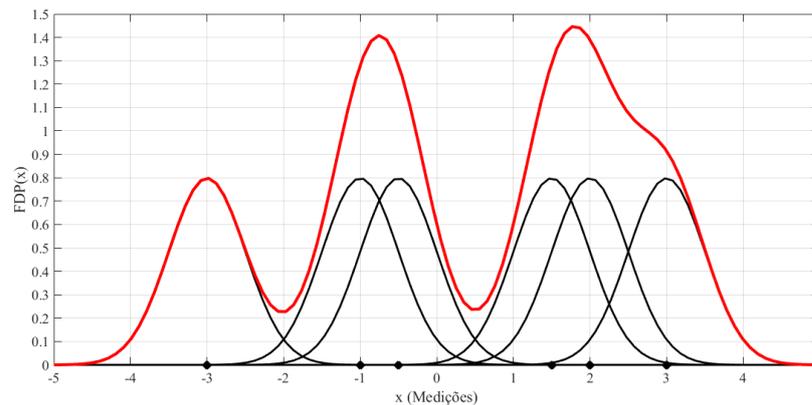


Figura 14 – Estimativa da FDP verdadeira com o método das janelas Parzen para uma amostra de 6 pontos, com  $\sigma = 0.5$ .

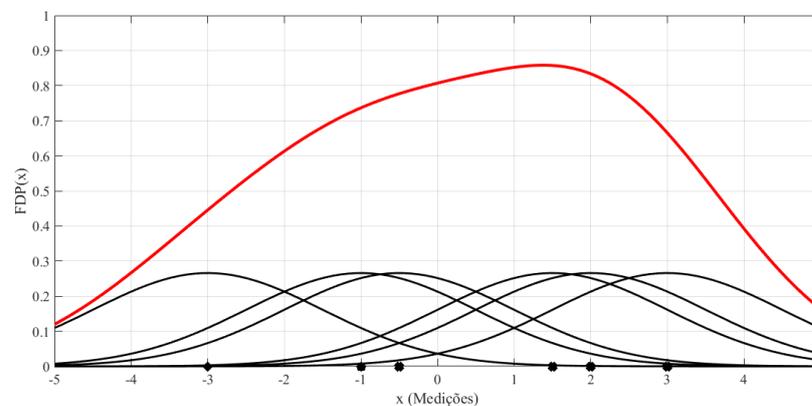


Figura 15 – Estimativa da FDP verdadeira com o método das janelas Parzen para uma amostra de 6 pontos, com  $\sigma = 1.5$ .

Ao observar as figuras apresentadas anteriormente, nota-se que o tamanho do *kernel* influencia diretamente no formato da função de densidade de probabilidade estimada. Logo, existe um desafio no momento de sintonização desta largura, pois, valores de  $\sigma$  grandes, aproxima a FDP de uma Gaussiana, retornando ao conceito de erro médio quadrático, conseqüentemente perde-se informação, devido ao aumento dos valores dos momentos estatísticos presentes nesta distribuição.

Por outro lado, se o valor do tamanho do *kernel* é demasiadamente pequeno, a curva resultante é um trem de Dirac e não há interação das medidas umas com as outras, perde-se, também, a informação contida nas medidas, evidenciando a necessidade na sintonia deste valor.

## 4.5 Correntropia

Em diversas aplicações é necessário avaliar o grau de relacionamento entre duas ou mais variáveis. Usualmente utiliza-se o cálculo da correlação por meio do coeficiente

de Pearson, o qual varia entre -1 a 1. Quanto mais próximo de zero, menor é o nível de associação linear entre as variáveis. Pode-se afirmar, então, que a correlação de Pearson é uma medida de associação bivariada do grau de relacionamento linear entre duas variáveis quantitativas (PARANHOS et al., 2014).

Contudo, para usar a medida de correlação de Pearson é necessário que algumas condições sejam satisfeitas: os valores observados devem estar normalmente distribuídos, faz-se necessária a correção de *outliers*, pois, a correlação é fortemente afetada pela presença deles, necessita que haja independência das observações, apenas detecta relações lineares e deve-se evitar sua aplicação em amostras pequenas (PARANHOS et al., 2014).

A entropia cruzada, ou simplesmente Correntropia, trata-se da generalização da correlação. Está é uma métrica da Teoria da Informação, a qual mede a similaridade generalizada entre duas variáveis escalares aleatórias  $X$  e  $Y$  e sua fórmula matemática é definida na seguinte expressão (PRINCIPE, 2010):

$$v(X, Y) = E_{XY}[\kappa(X, Y)] = \iint \kappa(x, y)p_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (4.9)$$

em que  $p_{XY}$  é a função de densidade de  $X$  e  $Y$ ,  $E[.]$  é o operador estatístico esperança e  $\kappa$  é um *kernel*. Neste trabalho será adotado o *kernel* Gaussiano (como ilustrado na Equação 4.8), cuja descrição encontra-se na seção 4.4.

Ao substituir a Equação (4.8) na Equação (4.9) obtém-se um caso especial da correntropia, denominada de correlação cruzada, devido à característica simétrica e invariante a translação do *kernel* Gaussiano resultando em (PRINCIPE, 2010):

$$v(X, Y) = E_{XY}[G_\sigma(X, Y)] = \iint G_\sigma(x, y)p_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (4.10)$$

Na prática, não se tem o conhecimento da FDP, apenas de um número finito de dados  $\{(x_i, y_i)_{i=1}^N\}$ . Então, usa-se um estimador, conforme já elucidado na seção 4.4, obtendo (PRINCIPE, 2010):

$$v_{\sigma,N}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_\sigma(x_i - y_i) \quad (4.11)$$

De modo geral, ao desconsiderar a influência do parâmetro  $\sigma$  é possível observar algumas propriedades (PRINCIPE, 2010):

- Para *kernel* simétricos, a correntropia é simétrica, isto é,  $v(X, Y) = v(Y, X)$ ;
- A Correntropia é positiva e limitada, e para o *kernel* Gaussiano  $0 < v(X, Y) \leq \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ .  
Atinge seu valor máximo em  $X = Y$ .

- Para o *kernel* Gaussiano, a Correntropia é uma soma ponderada de todos os momentos pares da variável aleatória  $Y-X$ . Este resultado é obtido ao expandir em série de Taylor a função Gaussiana da Equação (4.10), e assumindo válido trocar a integral por uma soma, isto é, considerando que todos os momentos da FDP são finitos, obtém-se:

$$v_\sigma(X, Y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \sigma^{2n} n!} E[(X - Y)^{2n}] \quad (4.12)$$

Ao observar a Equação (4.12) para o *kernel* Gaussiano, nota-se que a soma de todos os momentos pares da variável diferença  $(X - Y)$  aparecem, isto significa ser mantida a correlação bivariada, mas ainda é sensível à soma dos de segunda e de ordem superior das variáveis aleatórias (PRINCIPE, 2010).

Além disso, a seleção do tamanho da janela de observação ou tamanho o *kernel*  $\sigma$  é fundamental, pois, à medida que  $\sigma$  aumenta acima de um, os momentos de ordem superior decaem mais rapidamente, então o momento de segunda ordem domina e a Correntropia se aproxima da correlação, dando então uma estimativa tendenciosa (PRINCIPE, 2010).

#### 4.5.1 Critério da Máxima Correntropia

Diante das propriedades apresentadas anteriormente, pode-se definir de forma genérica o Critério de Máxima Correntropia (MCC, em inglês, *Maximum Correntropy Criterion*) para o *kernel* Gaussiano, isto é, usando a Equação (4.12) como uma função de custo. O objetivo do uso desta função em um sistema é maximizá-la, isto é, tornar o vetor de amostras estimada ( $\hat{y}_i$ ) igual ao vetor de saída do sistema ( $y_i$ ). Em suma, trata-se da maximização da similaridade entre duas variáveis aleatórias, resultando na Equação (4.13).

$$J_n = E[G_\sigma(y_i - \hat{y}_i)] \quad (4.13)$$

A partir desta definição, Principe (2010) calcula o valor esperado usando uma janela de Parzen com  $N$  amostras por:

$$J_n = \hat{V}_\sigma(y, \hat{y}) = \frac{1}{N\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.14)$$

Considerando que o valor estimado é descrito como sendo  $\hat{y}_i = \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_i$ , então a Equação (4.14) pode ser reescrita como:

$$J_n = \hat{V}_\sigma(y, \hat{y}) = \frac{1}{N\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_i - \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.15)$$

em que este valor é computado a cada nova interação, com base no valor dos pesos estimados  $\mathbf{W}_k$  e nas entradas  $\mathbf{X}_i$ .

Dessa forma, considerando a Equação (4.16) e aplicando o algoritmo de gradiente ascendente para maximizar a função custo dada pela Equação (4.15), obtém-se a Equação (4.17), em que  $\gamma$  é o coeficiente de aprendizado.

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \gamma \nabla J_n \quad (4.16)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \frac{\gamma}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{i=k-N+1}^k \exp\left(-\frac{(y_i - \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_i)^2}{2\sigma^2}\right) (y_i - \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_i) \mathbf{X}_i \quad (4.17)$$

Usando a técnica estocástica clássica, pode-se aproximar o valor do somatório da Equação (4.17) para o valor presente em cada interação, isto é, fazendo  $N = 1$ , resultando em:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \frac{\gamma}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{e_k^2}{2\sigma^2}\right) e_k \mathbf{X}_k \quad (4.18)$$

De maneira prática, a Correntropia descarta naturalmente os efeitos de ruídos Gaussianos ou não mediante o decaimento exponencial do *kernel* Gaussiano. Além disso, a largura do *kernel*  $\sigma$ , presente na Equação (4.15), apresenta-se como um parâmetro livre e que precisa ser ajustado, pois, seu valor afeta diretamente a taxa de convergência, robustez e desempenho do sistema onde a Correntropia é empregada (PRINCIPE, 2010).

#### 4.5.2 Métrica de Similaridade Induzida por Correntropia

A Correntropia além de ser uma medida de similaridade, está induz uma função de distância chamada *Correntropy Induced Metric* (CIM). Então, seja uma métrica em um conjunto  $A$  é uma função  $d : A \times A \rightarrow R$  e  $X, Y$  e  $Z$  contidos em  $A$ , para que exista uma métrica, as seguintes propriedades devem ser satisfeitas:

1. Não negatividade:  $d(X, Y) \geq 0$ ;
2. Identidade:  $d(X, Y) = 0$  se e somente se  $X = Y$ ;
3. Simetria:  $d(X, Y) = d(Y, X)$ ;
4. Desigualdade triangular:  $d(X, Z) \leq d(X, Y) + d(Y, Z)$ .

Descartando a propriedade 2, uma pseudo métrica será obtida. No caso de aprendizagem supervisionada, uma métrica é uma função do vetor de erro  $E = Y - X = [e_1, e_2, \dots, e_N]$

e induz uma norma se for homogênea e invariante à translação (PRINCIPE, 2010). Considere quaisquer dois vetores aleatórios  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  e  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$  a métrica induzida por Correntropia é definida como:

$$CIM(X, Y) = (v(0, 0) - V(X, Y))^{1/2} \quad (4.19)$$

Sabendo que  $v(\cdot)$  é uma reprodução do *kernel*. Neste caso, será usado o *kernel* Gaussiano, onde  $\sigma$  é a largura do *kernel* e  $v(\cdot)$  satisfaz o Teorema de Mercer e, existe uma transformação não linear do espaço de entrada para um RKHS, onde o produto interno produzido é igual à estimativa do *kernel*. Então a (4.19) pode ser reescrita como:

$$CIM(X, Y) = \left( \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(X - Y)^2}{2\sigma^2}\right) \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

Para exemplificar numericamente está métrica, considere os vetores  $A = \{-10, -9, 9, -9, 8, \dots, 9, 8, 9, 9, 10\}$  e  $B = \{0\}$  e definindo três larguras distintas do kernel Gaussiano ( $\sigma = 1$ ,  $\sigma = 2$  e  $\sigma = 3$ ), foi realizada a substituição destes valores na Equação (4.20) e realizando os devidos cálculos, são obtidas as Equações (4.21), (4.22) e (4.23), respectivamente.

$$CIM(A, B) = \left( 0,39 - 0,39 \cdot \exp\left(-\frac{(A - B)^2}{2 \cdot 1^2}\right) \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

$$CIM(A, B) = \left( 0,2 - 0,2 \cdot \exp\left(-\frac{(A - B)^2}{2 \cdot 2^2}\right) \right)^{1/2} \quad (4.22)$$

$$CIM(A, B) = \left( 0,13 - 0,13 \cdot \exp\left(-\frac{(A - B)^2}{2 \cdot 3^2}\right) \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

Na Figura 16 está ilustrado o resultado gráfico da métrica CIM das Equações (4.21), (4.22) e (4.23), em que o eixo  $x$  é o erro entre o vetor  $A$  e  $B$ . Nesta, observa-se que em uma vizinhança de zero, isto é, quando os valores do vetor  $A$  se aproximam do valor do vetor  $B$ , as curvas da métrica CIM são como uma função convexa, como uma métrica L2 (região Euclidiana). Todavia, ao passo com que se distância do zero, estas assumem uma forma como uma métrica L1, isto é, soma de coordenadas (região de transição).

Ainda, em zonas mais distantes da origem, observa-se uma saturação e a métrica assume a forma de L0, o que representa a indiferença a distância (região de retificação). Além disso, é possível observar que a largura da região Euclidiana é proporcional ao tamanho do *kernel*.

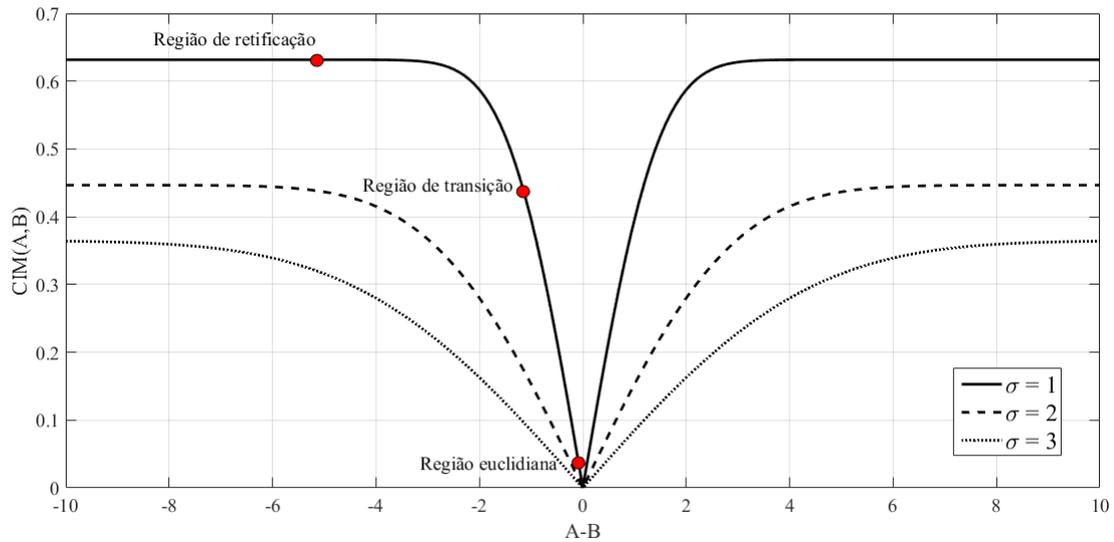


Figura 16 – Métrica de Similaridade Induzida por Correntropia.

Portanto, esta métrica ilustra de maneira gráfica a rejeição natural que a Correntropia com *kernel* Gaussiano têm aos erros grosseiros (sinais impulsivos, ruídos aleatórios, falha na comunicação, entre outros), pois, erros demasiadamente grandes elevam o valor da métrica CIM e são naturalmente excluídos durante o somatório. Dessa forma, a etapa de pré-processamento dos dados, a qual demanda a maior parte do tempo e esforço durante a análise de dados, para retirada destes valores indesejáveis é espontaneamente executada pela Correntropia.

## 4.6 Conclusão

Em vista de tudo que foi apresentado, fica evidente a contribuição da teoria da informação para mensurar a quantidade de informação contida em um sinal. Falando especificamente da Correntropia, esta é a generalização da correlação, a qual mede a similaridade entre duas variáveis aleatórias. Diante disso, esta métrica pode ser usada em sistemas adaptativos, os quais precisam aumentar a similaridade entre duas variáveis.

De maneira prática, a Correntropia descarta naturalmente os efeitos de ruídos Gaussianos ou não por meio do decaimento exponencial do *kernel* Gaussiano. Além disso, esta métrica induz uma função de distância chamada *Correntropy Induced Metric*, a qual ilustra de maneira gráfica a rejeição natural que a correntropia com *kernel* Gaussiano têm aos erros grosseiros (sinais impulsivos, ruídos aleatórios, falha na comunicação, entre outros).

## 5 Controle adaptativo

É natural pensar que parâmetros externos, por exemplo, temperatura, desgaste dos equipamentos e perturbações possam alterar a dinâmica operacional de um sistema. Assim, a utilização de controladores com ganhos estáticos, nestes cenários, acaba não sendo convenientes, pois, estes são sintonizados considerando que o sistema é invariante no tempo e/ou para uma faixa específica de operação.

Além disso, a existência de ruídos e interferências de diversas fontes podem influenciar diretamente no desempenho do controlador e, nos piores casos, levar o sistema à instabilidade. Para realizar o controle destas categorias de sistema, os controladores com ganhos adaptáveis se sobressaem aos de ganhos estáticos, uma vez que possuem a capacidade de modificar os seus parâmetros mediante as alterações sofridas pelo sistema (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

Assim, o objetivo do controle adaptativo é manter o desempenho do sistema, mesmo na presença de incertezas ou variações paramétricas da planta. Diversas aplicações desta categoria de controlador em sistemas de abastecimento de água podem ser encontradas, tais como: controle da concentração de cloro, controle do nível de tanques acoplados e controle da pressão nos ductos (WANG; POLYCARPOU; UBER, 2000) (KANGWANRAT; TIPSUWANNAPORN; NUMSOMRAN, 2010) (KALLESØE; JENSEN; WISNIEWSKI, 2015).

Neste capítulo serão apresentados os conceitos do Controle Adaptativo Indireto, Controle Adaptativo por Modelo de Referência e do mecanismo de ajuste utilizado em ambos os controladores.

### 5.1 Controle Adaptativo Indireto

O ajuste dos parâmetros do controlador unido à estimação paramétrica da planta pode assumir, de modo geral, dois tipos de abordagens: o direto e o indireto. No método direto, os ganhos do controlador são estimados diretamente a partir de um modelo de referência preestabelecido, isto é, não é necessário realizar a identificação dos parâmetros da planta. (IOANNOU; SUN, 2012).

Na Figura 17 está ilustrado o diagrama de blocos do Controlador Adaptativo Indireto, o modelo da planta  $P(\theta^*)$  é calculado em função do vetor de parâmetros desconhecidos  $\theta^*$ . Um estimador em tempo real gera uma estimativa  $\theta(t)$  de  $\theta^*$  a cada instante  $t$ , processando a entrada  $u$  e a saída  $y_p$ . A estimativa dos parâmetros  $\theta(t)$  especifica um modelo estimado caracterizado por  $P^*(\theta(t))$  que, para os propósitos do projeto do

controlador, é tratado como o verdadeiro modelo da planta no instante  $t$ , e é usado para calcular os parâmetros do controlador ou vetor de ganhos  $\theta_c(t)$  através da equação algébrica  $\theta_c(t) = F(\theta(t))$  a cada instante  $t$  (IOANNOU; SUN, 2012 apud JÁCOME, 2013).

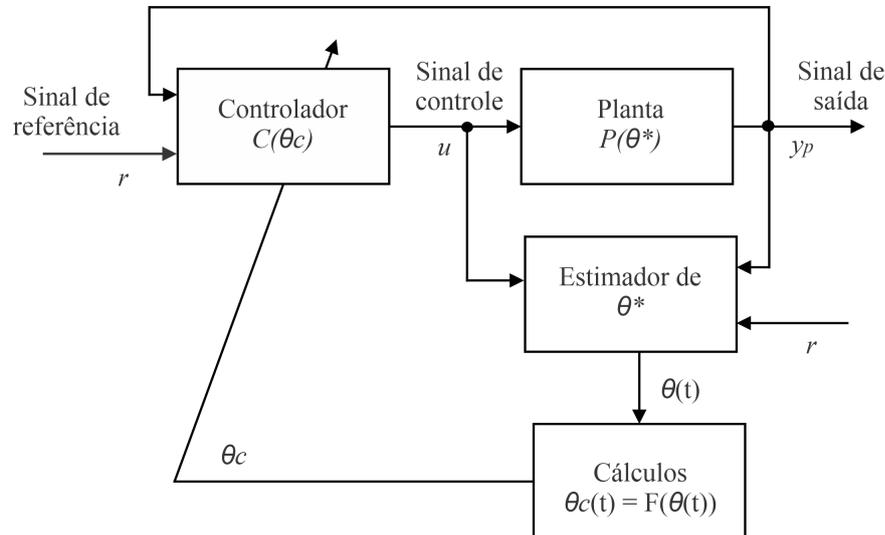


Figura 17 – Diagrama de blocos do Controlador Adaptativo Indireto.

O estimador de parâmetros em tempo real é projetado baseado em  $P_c(\theta_c^*)$  ao invés de  $P(\theta^*)$  para prover estimativas diretas  $\theta_c(t)$  de  $\theta_c^*$  em cada instante  $t$  através do processamento da entrada  $u$  e da saída  $y_p$  da planta. A estimativa  $\theta_c(t)$  é então usada para atualizar o vetor de parâmetros do controlador  $\theta_c$  sem cálculos intermediários (IOANNOU; SUN, 2012 apud JÁCOME, 2013).

Assim, o principal problema no controle adaptativo indireto é escolher a classe de leis de controle  $C(\theta_c)$  e a classe de estimadores de parâmetros que geram  $\theta(t)$ , bem como a equação algébrica  $\theta_c(t) = F(\theta(t))$ , de forma que  $C(\theta_c(t))$  atenda aos requisitos de desempenho para o modelo  $P(\theta^*)$  com  $\theta^*$  desconhecido (IOANNOU; SUN, 2012 apud JÁCOME, 2013).

## 5.2 Controle Adaptativo por Modelo de Referência

A definição do Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control* - MRAC) é a concepção de um sistema de controle em malha fechada capaz de atualizar seus parâmetros com a finalidade de alterar a dinâmica do sistema. A saída da planta é comparada com a saída do modelo, gerando um erro de rastreamento  $\varepsilon$ . Os parâmetros do controlador são ajustados com base neste erro, convergindo o sinal de saída da planta à do modelo de referência. Portanto, a condição de *matching* é alcançada quando o erro de rastreamento é nulo (TEIXEIRA, 2016).

Na Figura 18 é ilustrado o diagrama de blocos referente ao Controle Adaptativo por Modelo de Referência. Sendo conhecido os parâmetros da planta, o controlador  $C(\theta_c^*)$  é

projetado para que todos os sinais do sistema sejam uniformemente limitados e a resposta da função de transferência em malha fechada seja igual a do modelo de referência, conforme a [Equação 5.1](#).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_p(t) - y_m(t)) = 0 \quad (5.1)$$

Portanto, a condição de *matching* é obtido pelo cancelamento dos zeros e reposicionamento dos polos da função de transferência da planta, durante o período de adaptação, isto é, os zeros da planta são substituídos pelos zeros do modelo de referência ([TEIXEIRA, 2016](#)).

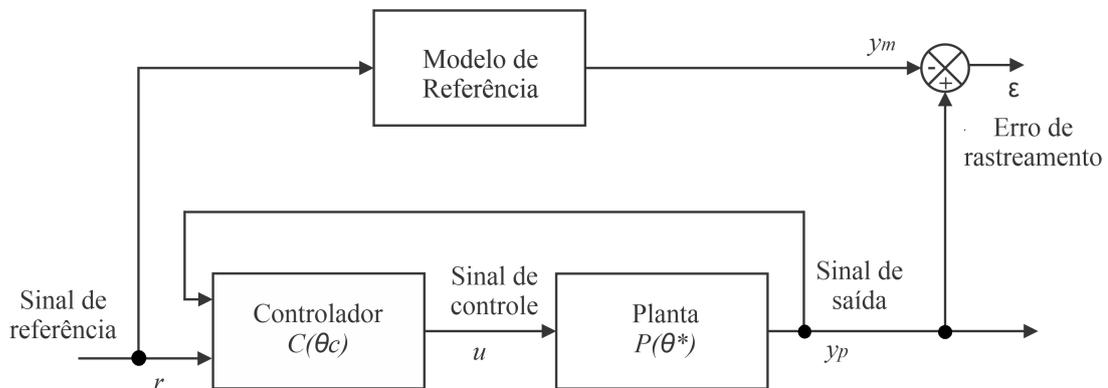


Figura 18 – Diagrama de blocos do controle adaptativo por modelo de referência.

Então, como o cálculo de  $C(\theta_c^*)$  exige o conhecimento de  $\theta^*$ . No caso que  $\theta^*$  for desconhecido, a metodologia anterior para o projeto dos parâmetros do controlador não pode ser aplicada. Dessa forma, é necessário substituir  $\theta_c^*$  por sua estimativa  $\theta_c(t)$ , que pode ser obtido direta ou indiretamente.

### 5.3 Mecanismos de ajustes

No diagrama da [Figura 19](#), o bloco mecanismo de estimação paramétrica e o bloco de adaptação, respectivamente, exercem uma função primordial no contexto do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência (IMRAC), uma vez que é responsável pela implementação da lei de adaptação e estimação paramétrica. Portanto, a principal dificuldade desta técnica é determinar ganhos adequados para que estes mecanismos mantenham o sistema estável e conduza o erro de rastreamento para próximo de zero. Evidentemente, isto não é uma tarefa fácil, requerendo cálculos complexos e extensos.

A Regra de MIT (Método do Gradiente), cujo nome advém do local onde ele foi desenvolvido, MIT (*Manchester Institute of Technology*), e a Teoria da estabilidade de Lyapunov são as abordagens mais utilizadas como algoritmo de ajuste do mecanismo

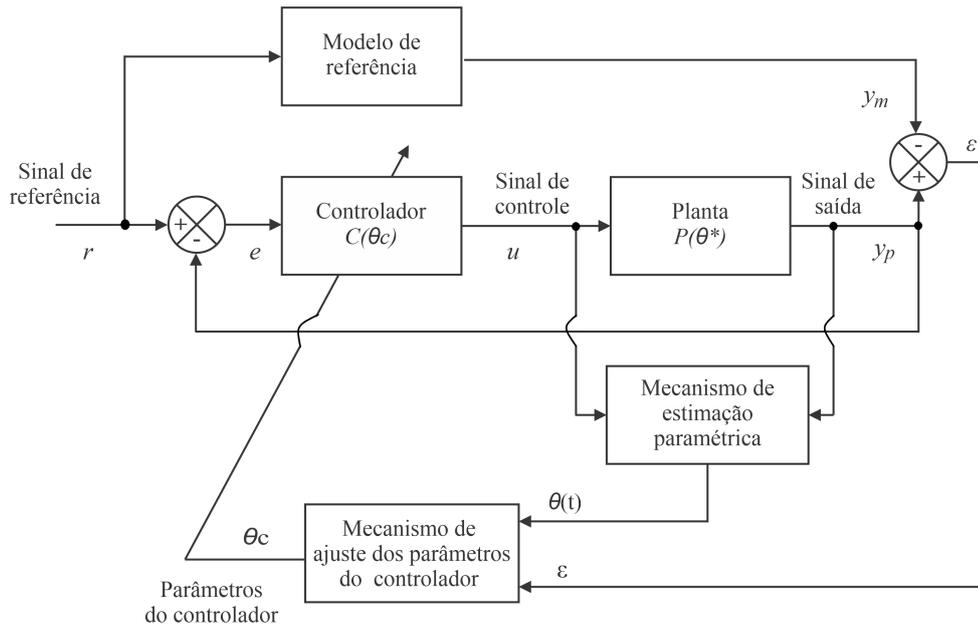


Figura 19 – Diagrama de blocos do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência.

de adaptação e estimação paramétrica (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013) (IOANNOU; SUN, 2012).

Sendo assim, para entender processo de minimização do erro exercido pela regra de MIT será considerado um sistema de malha fechada no qual o controlador possui parâmetros ajustáveis ( $\theta_c$ ). A resposta de malha fechada desejada é determinada por um modelo cuja saída é  $y_m$ . Seja  $\varepsilon$  o erro entre a saída  $y_p$  da planta em malha fechada e a saída  $y_m$  do modelo (como ilustrado na Figura 19). Dessa forma, a possibilidade é ajustar os parâmetros de tal maneira que a função de custo,  $J$ , seja minimizada. Para isto, é natural pensar em alterar os parâmetros na direção do gradiente negativo de  $J$ .

$$J = \frac{1}{2}\varepsilon^2 \tag{5.2}$$

A interpretação geométrica em duas dimensões de Equação 5.2 está ilustrado na Equação (20). Nela é apresentada uma parábola com concavidade para cima, em que ponto mínimo é alcançado mediante à atualização dos pesos  $W$  com a finalidade de minimizar o erro de rastreamento  $\varepsilon$ .

Considere que o valor da saída da planta em malha fechada com o controlador é descrito como sendo  $y_p = \theta_{ck}^T \mathbf{X}_i$ , então a Equação (5.2) pode ser reescrita como:

$$J = \frac{1}{2}(y_m - \theta_{ck}^T \mathbf{X}_i)^2 \tag{5.3}$$

em que este valor é computado a cada nova interação, com base no valor dos pesos estimados  $\theta_{ck}$  e nas entradas  $\mathbf{X}_i$ .

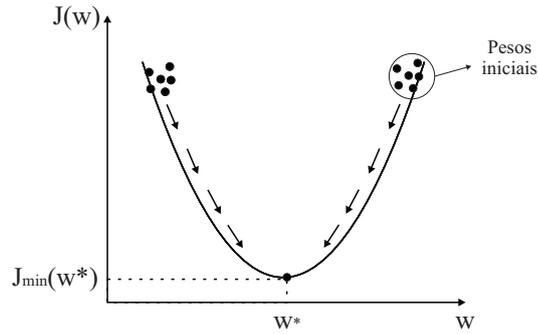


Figura 20 – Interpretação geométrica da função custo erro médio quadrático.

Dessa forma, considerando a Equação (5.4) e aplicando o algoritmo de gradiente descendente para minimizar a função custo Equação (5.3), obtém-se a Equação (5.5), em que  $\gamma_k$  é o coeficiente de aprendizado, isto é, uma constante positiva a qual determina a velocidade com que cada variável deve convergir para tornar o erro de mapeamento próximo de zero no processo de aprendizado.

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \gamma_k \nabla J \quad (5.4)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \gamma_k (y_m - \theta_{ck}^T \mathbf{X}_i) \mathbf{X}_i \quad (5.5)$$

Assumindo que os parâmetros do controlador mudam mais lentamente que as outras variáveis do sistema, isto é, assumindo estas como constante, pode-se afirmar que  $\frac{\partial e}{\partial \theta_c}$  é a sensibilidade do erro em relação ao parâmetro  $\theta_c$ . Sendo  $\gamma$  uma constante denominada de ganho de adaptação, este parâmetro deve ser definido pelo usuário (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

O desempenho adequado da regra do MIT dependerá da escolha do ganho de adaptação, quando ( $\gamma$ ) for pequeno em comparação com a magnitude do sinal de referência e do ganho do processo o sistema mostra-se estável. Contudo, é possível definir um limite para garantir isto (DUMONT; HUZMEZAN, 2002).

Ademais, também é possível verificar o efeito do ganho de adaptação na característica temporal do sistema, quanto menor o valor de  $\gamma$  mais lenta é a resposta e menos oscilatória, conforme ilustrado em a) da Figura 21. Com o incremento em  $\gamma$ , aumenta-se o sobrevalor percentual (*overshoot*), mas, em simultâneo, a velocidade de resposta se torna mais rápida, isto é, o valor de acomodação é reduzido (SWARNKAR; JAIN; NEMA, 2010). Porém, se o valor de  $\gamma$  for demasiadamente grande, faz com que a função custo possua valores elevados para cada instante de adaptação, como em b) da Figura 21), conseqüentemente não atingindo o valor mínimo e ocasionando a instabilidade do sistema de controle.

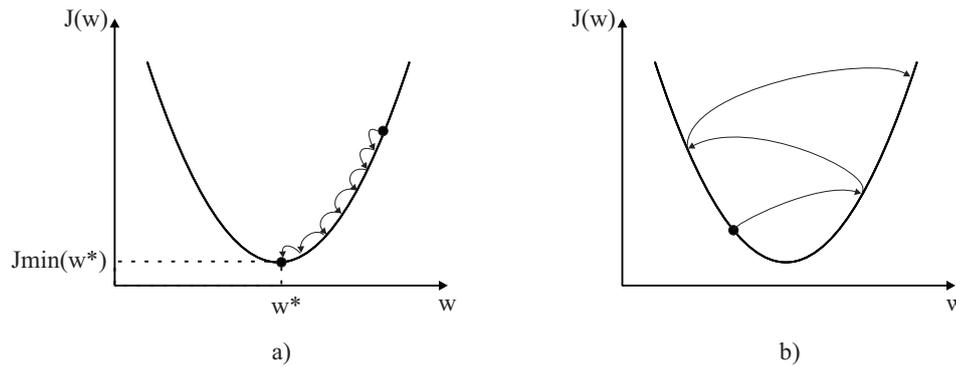


Figura 21 – Interpretação geométrica da função custo erro médio quadrático para diferentes valores de ganhos de adaptação. a) Ganho de adaptação muito pequeno; b) Ganho de adaptação muito grande.

Por fim, o método do gradiente não irá necessariamente resultar em um sistema em malha fechada estável. Dessa forma, deve-se recorrer a outros métodos para modificar o mecanismo de adaptação, como, por exemplo, a Teoria da estabilidade de Lyapunov, Teoria da Passividade e a normalização do ganho de ajuste (SWATHI; RAMESH, 2017) (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

## 5.4 Conclusão

Nesta capítulo foram apresentadas duas topologias de controladores adaptativos. Indireto e por Modelo de Referência, cuja sua união culmina em outra topologia, o Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência, conforme ilustrado no diagrama de bloco da Figura 19.

Diante dos conceitos expostos, fica evidente que a escolha do algoritmo de otimização é independente do critério de desempenho. Classicamente, usa-se o método do gradiente. Porém, este é apenas uma opção dentre tantos outros algoritmos. Ademais, o critério de desempenho geralmente adotado para o mecanismo de adaptação é o Erro Médio Quadrático (EMQ), como definido na Equação (5.2).

O uso do EMQ só é eficaz em sistemas cuja função de densidade de probabilidade do erro possui distribuição gaussiana e média zero (PRINCIPE, 2010). Então, como na maior parte dos casos a distribuição do erro não possui estas características, não se tem um ajuste otimizado dos parâmetros do controlador e do estimador paramétrico.

Além disso, em muitos casos o sistema está sujeito a perturbações, ruídos, dados vazios, erros grosseiros, etc. Estes elementos perturbadores acabam prejudicando no ajuste dos pesos dos parâmetros, pois, o EMQ distorce estes valores com a finalidade de compensar as perturbações, incorporando a informação das perturbações aos parâmetros do controlador e da planta estimada.

## 6 Materiais e Métodos

Neste capítulo serão apresentados os materiais e a metodologia empregada para avaliar o emprego de um Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência em um sistema de bombeamento de água. Para isto, foi utilizada uma bancada experimental totalmente instrumentalizada e automatizada, a qual possui um sistema de monitoramento através de um supervisor desenvolvido em plataforma LabVIEW, onde é processado as ações de controle.

### 6.1 Descrição da bancada experimental

O estudo desenvolvido neste trabalho foi realizado em uma bancada experimental, que emula um sistema de abastecimento de água, a qual o sistema de bombeamento é responsável por atender o consumo de duas zonas topográficas diferentes, conforme ilustrado na [Figura 22](#). Este sistema experimental localiza-se no Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento (LENHS) na Universidade Federal da Paraíba (UFPB).



Figura 22 – Bancada experimental.

Esse sistema experimental é composto por uma bomba centrífuga conectada a um motor elétrico, denominado de conjunto motobomba (CMB), e um *booster* (BST), responsáveis por impulsionar a água dos reservatórios, isto é, fornecendo a água energia hidráulica na forma de vazão e pressão para atender as diferentes zonas topográficas.

Os sistemas de impulsão de água são acionados através de dois conversores de frequência independentes, cujo objetivo é alterar a velocidade de rotação da CMB e BST, consequentemente alterando a curva característica destes dispositivos. Na entrada da zona baixa (ZB) está instalada uma válvula proporcional (CV), a qual opera, neste estudo, como uma válvula redutora de pressão (VRP-1).

Para monitorar as pressões na zona baixa, são usados 3 transdutores de pressão (PT-1, PT-2 e PT-3), e a vazão neste mesmo trecho é mensurada por um medidor de vazão eletromagnético FT-1. Além disso, na zona alta (ZA) as pressões são medidas pelos transdutores de pressão PT-4 e PT-5 e a vazão pelo transdutor de vazão eletromagnético FT-2.

Com a finalidade de emular o consumo de água as diferentes cotas topográficas, foram utilizadas duas válvulas proporcionais, a válvula CV-2 estar localizada na descarga da ZB e a válvula CV-3 estar instalada na descarga da ZA. Toda a água utilizada nos experimentos fica armazenada em dois reservatórios interligados de 310 l cada, funcionando como ponto de sucção e descarga simultaneamente em laço fechado, não havendo desperdício de água, conforme indicado na [Figura 23](#).

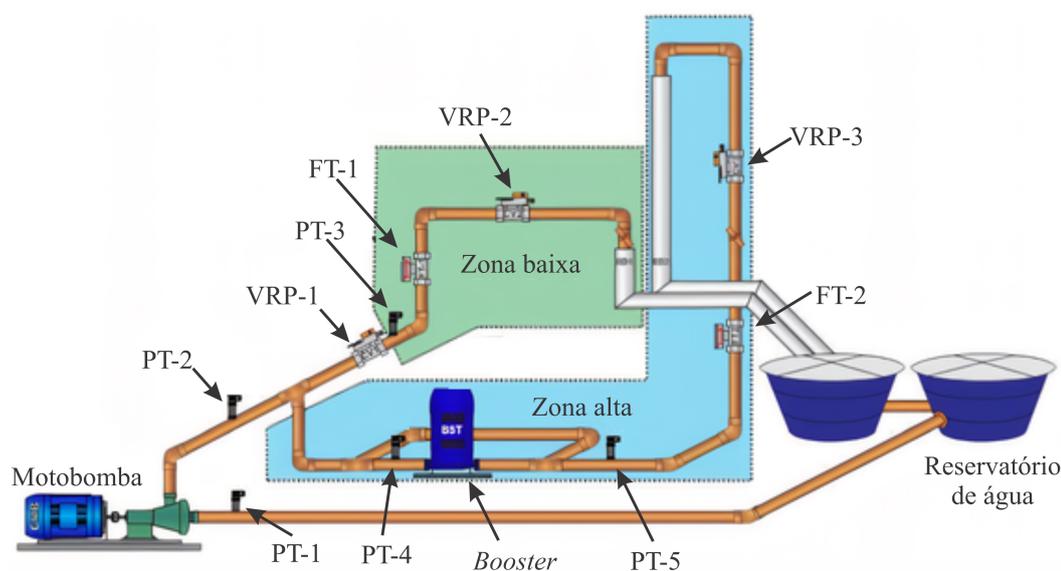


Figura 23 – Esquemático da bancada experimental (adaptado de (SALVINO et al., 2018)).

### 6.1.1 Conjunto motobomba

O conjunto motobomba é composto por uma bomba centrífuga conectada a um motor de indução trifásico, a qual exerce a função de fornecer potência mecânica a bomba, que, fornece potência hidráulica ao fluido na forma de vazão e pressão, de modo a atender os diferentes ramais. Na [Figura 24](#) ilustra-se a imagem deste dispositivo e na [Tabela 3](#) e [Tabela 4](#) estão as especificações técnicas da bomba e do motor trifásico, respectivamente.



Figura 24 – Conjunto motobomba.

Tabela 3 – Especificações técnicas da bomba.

Modelo/Fabricante	BC-21R/Schneider motobombas
Altura manométrica	23 mca
Vazão máxima	41,5 m <sup>3</sup> /h
Diâmetro do rotor	121 mm
Pressão máxima sem vazão	25 mca
Rotação nominal	3450 rpm

Tabela 4 – Especificações técnicas do motor.

Modelo / Fabricante	WEG
Potência	3 CV
Tensão	380 V/AC
Frequência	60 Hz
Corrente	4,86 A
Rotação nominal	3450 rpm
Fator de potência	0,84
Índice de proteção	55

### 6.1.2 Conversor de frequência

O conversor de frequência é um dispositivo eletrônico utilizado para ajustar a velocidade de rotação do motor elétrico mantendo seu torque constante. Nesta bancada experimental há dois conversores de frequência (como ilustrado na [Figura 25](#)), sendo um responsável por acionar e controlar a velocidade de rotação do motor elétrico acoplado a

bomba e o outro ao *booster*, o qual não está sendo utilizado neste estudo. As principais especificações técnicas encontram-se descritas na [Tabela 5](#).



Figura 25 – Conversores de frequência do sistema experimental.

Tabela 5 – Especificações técnicas dos conversores de frequência.

Modelo/Fabricante	CFW-08/WEG - Equipamentos Elétricos S.A.
Tensão de alimentação	380-480 V AC
Corrente nominal	3~7,8 A
Faixa de frequência	50 - 60 Hz

Este modelo de conversor de frequência possui uma entrada analógica, a qual permite o controle remoto de sua velocidade de rotação através de uma tensão de referência com valores de 0 a 10 V, o qual corresponde a mínima e a máxima velocidade configurada neste dispositivo, no estudo em questão a mínima velocidade de rotação é 0 Hz e a máxima é 60 Hz.

### 6.1.3 Transdutor de pressão e vazão

O transdutor de pressão utilizado neste trabalho é do tipo piezo resistivo, isto é, a deformação mecânica do elemento sensor causa uma variação na sua resistência elétrica. Dessa forma, ao aplicar uma diferença de potencial nos terminais deste sensor, é possível mensurar altura manométrica ou pressão correspondente a variação da resistência. Na [Figura 26](#) está ilustrado o modelo do transdutor utilizado e suas especificações técnicas estão na [Tabela 6](#).

Além disso, para mensurar o valor da vazão nas diferentes cotas topográficas, o sistema experimental possui 2 transdutores de vazão eletromagnéticos, ambos localizados na descarga de cada zona de consumo, conforme indicado na [Figura 23](#). Na [Figura 27](#) ilustra-se este transdutor e suas principais características técnicas são apresentadas na [Tabela 7](#).



Figura 26 – Transdutor de pressão TP-ST18/ACROS.

Tabela 6 – Especificações técnicas dos transdutores de pressão.

Modelo/Fabricante	TP-ST18/ACROS.
Sinal de saída	4~20 mA
Tensão de alimentação	24 V DC
Faixa de operação	0~40 mca
Tempo de resposta	$\leq 1$ ms
Precisão	0,25% (Fundo de escala)



Figura 27 – Transdutores de vazão.

Tabela 7 – Especificações técnicas dos transdutores de vazão.

Modelo/Fabricante	VMS 038/Icontrol S/A
Série	VV16897
Tipo	Eletromagnéticos de fluxo
Sinal de Saída	4~20 mA
Tensão de alimentação	24 V DC
Faixa de Velocidade	1,24 a 40,8 m <sup>3</sup> /h
Diâmetro interno	38 mm

### 6.1.4 Válvula de controle

No sistema estudado há três válvulas proporcionais eletrônicas instaladas, conforme ilustrado na [Figura 23](#). Sendo a válvula localizada a jusante do conjunto motobomba funcionando como uma válvula redutora de pressão (VRP), isto é, um dispositivo de atuação sobre o sistema, aumentando a perda de carga, com o decorrer da diminuição da área por onde o fluido passa através do grau de seu fechamento.

Por outro lado, a localização da válvula CV-2 na descarga da zona baixa deste sistema, objetiva emular a variação da vazão demandada através da mudança do grau de seu fechamento. Do mesmo modo, a válvula CV-3 causa este mesmo efeito, a variação do consumo, porém, na zona alta.

Esta válvula proporcional é do tipo esfera acionada por um motor elétrico, cujo ângulo de abertura é regulado de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , ajustável remotamente através de um sinal de tensão de 0 a 10 V. Além disso, retorna um sinal de 2 a 10 V informando a posição em que se encontra o fechamento. Pode-se observar este dispositivo na [Figura 28](#) e suas principais características técnicas na [Tabela 8](#).



Figura 28 – Válvula Redutora de Pressão.

Tabela 8 – Especificações técnicas das válvulas redutoras de pressão.

Modelo/Fabricante	ARB-24 / Belimo
Sinal de Saída	2~10 V DC
Sinal de entrada	0~10 V DC
Grau de abertura	$0^\circ$
Grau de fechamento	$90^\circ$
Pressão máxima de operação	140,62 mca

### 6.1.5 Sistema de aquisição de dados e supervisor

O sistema de aquisição de dados é responsável por realizar o processamento das informações dos transdutores e atuadores existentes na bancada e fornecer estas informações ao computador que este dispositivo esteja comunicado, este processo pode, também, ser denominado de *interface* de dados. No caso do sistema experimental em questão, as *interfaces* utilizadas são NI-USB-6229 e NI-USB-6221 fabricada pela *National Instruments Corporation*.

Na [Figura 29](#) ilustra-se a *interface* citada anteriormente e suas especificações técnicas são apresentadas na [Tabela 9](#). Dessa forma, os sinais elétricos coletados por esses sistemas de aquisição de dados são gerenciados por um *software* computacional, LabVIEW<sup>TM</sup> - *Laboratory Virtual Instruments Engineering Workbench*, de mesma fabricação do sistema de aquisição de dados.



Figura 29 – *Interface* de aquisição, família NI-USB 62XX, *National Instruments Corporation*.

Tabela 9 – Especificações técnicas das *interfaces* de aquisição de dados

Modelo	NI USB – 6229	NI USB – 6221
Alimentação	220 V AC	220 V AC
Canais de saída analógica	4	2
Canais de entrada analógica	32	16
Canais de entrada digital	48	10
Taxa máxima de amostragem	250 kS/s	250 kS/s
Resolução do conversor analógico/digital	16 bits	16 bits
Faixa de tensão de entrada	$\pm 10$ V	$\pm 10$ V
Faixa de tensão de saída	0~10 V	0~10 V
Corrente de saída	$\pm 20$ mA	$\pm 20$ mA
Transferência dos dados	Cabo USB	Cabo USB

Os programas desenvolvidos no LabVIEW são chamados de instrumentos virtuais. Sua composição consiste em um painel frontal, que contém a interface gráfica, e pelo diagrama de blocos, onde é realizada a programação propriamente dita, através de diagrama em bloco. Este sistema pode ser denominado de *software* supervisorio, pois, a partir dele é possível monitorar, controlar e armazenar os dados do sistema onde ele está sendo usado.

Na Figura 30 está ilustrado o *software* supervisorio utilizado para fazer o gerenciamento das informações, isto é, exibir os sinais elétricos advindos dos sistemas de aquisição de dados em termos de pressão, vazão, ângulo da válvula proporcional e velocidade de rotação dos motores elétricos, que a partir disto poder executar as ações de controle e gerar relatórios dos experimentos realizados.

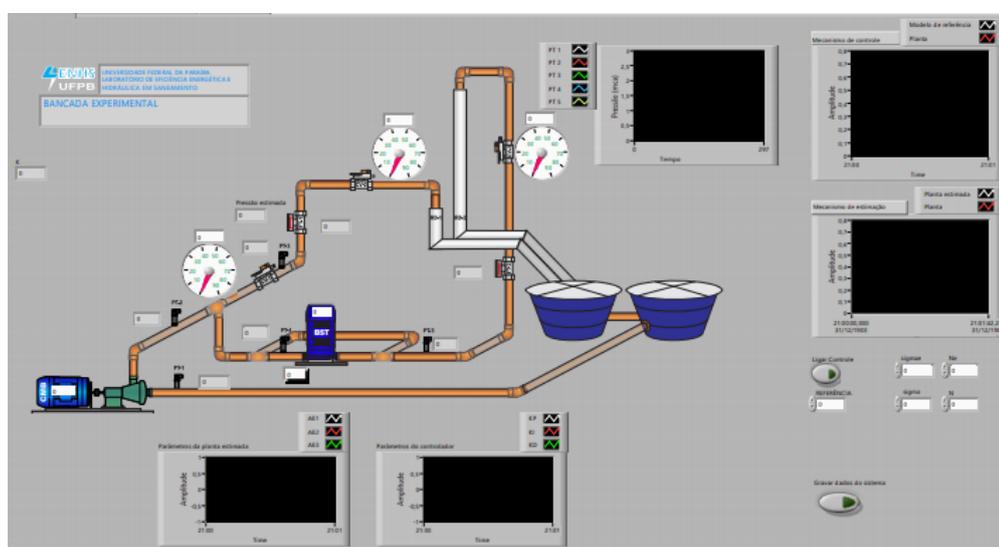


Figura 30 – Painel frontal do supervisorio utilizado.

## 6.2 Projeto de um IMRAC-PID utilizando o Critério de Máxima Correntropia

Um Controle Proporcional, Integral e Derivativo Adaptativo Indireto por Modelo de Referência (IMRAC-PID), estrutura de controle proposta nesta pesquisa, é aquele em que a dinâmica do sistema em malha fechada é semelhante ao de um modelo de referência escolhido previamente pelo projetista. Para isto, é utilizado, classicamente, o critério do Erro Médio Quadrático. Contudo, o seu desempenho depende que o sinal do erro de estimação e adaptação possuam média zero e distribuição Gaussianas, fato que não acontece em sistemas de abastecimento de água.

Além disso, em algumas situações, é necessário realizar a normalização e a linearização da planta para um dado ponto de operação, conseqüentemente acarretando às perdas das informações, que seriam utilizadas na atualização dos pesos destes dois

mecanismos, estimação e adaptação. Deste modo, neste trabalho é proposto o uso do Critério de Máxima Correntropia com *kernel* Gaussiano como mecanismos de adaptação e estimação de um IMRAC-PID. O diagrama em blocos desta estrutura de controle está ilustrado na Figura 31.

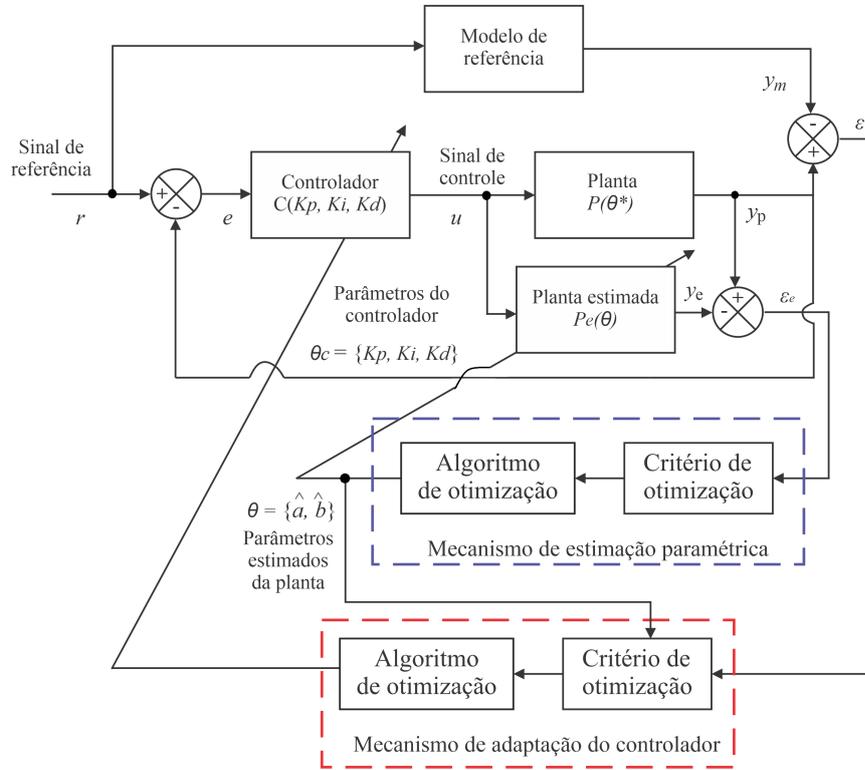


Figura 31 – Diagrama de blocos do controlador IMRAC-PID.

Para exemplificar a aplicação desta teoria, será considerado uma planta de primeira ordem, um modelo de referência de segunda ordem e um controlador cujos parâmetros a serem adaptados são  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ , respectivamente e suas funções de transferências estão descritas a seguir:

$$H_p(s) = \frac{Y_p(s)}{U(s)} = \frac{b_p}{s + a_p} \quad (6.1)$$

$$H_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{s^2 + sa_{m1} + a_{m2}} \quad (6.2)$$

$$H_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + sK_d \quad (6.3)$$

em que  $R(s)$  é o sinal de referência,  $Y_p(s)$  é a saída da planta,  $Y_m(s)$  é a saída do modelo de referência,  $U(s)$  é o sinal de atuação do controlador e  $H_p(s)$ ,  $H_m(s)$  e  $H_c(s)$  são as

funções de transferência da planta, do modelo e do controlador, respectivamente. Portanto, pode-se definir a seguinte lei de controle:

$$U(s) = H_c(s)(R(s) - Y_p(s)) \quad (6.4)$$

Para que o sistema em malha fechada se comporte tal como o modelo de referência, é necessário que  $Y_p(s) = Y_m(s)$ . Para isto, é necessário descrever a saída da planta em função do sinal de referência, substituindo a Equação (6.1) em Equação (6.4), obtém-se:

$$Y_p(s) = H_p(s)H_c(s)(R(s) - Y_p(s)) \quad (6.5)$$

ou ainda

$$\frac{Y_p(s)}{R(s)} = \frac{H_p(s)H_c(s)}{1 + H_p(s)H_c(s)} \quad (6.6)$$

Em seguida, substituindo a Equação (6.1) e a Equação (6.3) em Equação (6.6), obtém-se

$$Y_p(s) = \frac{s^2 K_d b_p + s K_p b_p + K_i b_p}{s^2 + s a_p} (R(s) - Y_p(s)) \quad (6.7)$$

ou ainda

$$\frac{Y_p(s)}{R(s)} = \frac{s^2 K_d b_p + s K_p b_p + K_i b_p}{s^2(1 + K_d b_p) + s(a_p + K_p b_p) + K_i b_p} \quad (6.8)$$

Para derivar parcialmente no domínio do tempo a variável  $Y_p(s)$ , deve-se considerar que o operador  $s$  equivale ao operador diferencial no domínio do tempo, denotamos  $s \equiv \frac{d(\cdot)}{dt}$ . Assim, a Equação (6.6) é reescrita como:

$$y_p(t) = \frac{\left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right)^2 (K_d b_p) + \left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right) (K_p b_p) + K_i b_p}{\left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right)^2 (1 + K_d b_p) + \left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right) (a_p + K_p b_p) + K_i b_p} r(t) \quad (6.9)$$

Dessa forma, para aproximar o sinal em malha fechada da saída da planta ( $y_p$ ) ao sinal de saída do modelo de referência ( $y_m$ ) é necessário minimizar o erro de rastreamento  $\varepsilon$ . A estratégia proposta por este trabalho é realizar a minimização deste erro através da maximização da similaridade entre o sinal da planta e do modelo de referência através do Critério da Máxima Correntropia, de tal maneira a extrair a máxima quantidade de informação da FDP do erro de rastreamento  $\varepsilon$ , portanto, estimar os coeficientes do

controlador com a máxima informação contida nos dados. Para isto, considere a seguinte função custo:

$$J = \frac{1}{\sigma N \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_{p_i} - y_{m_i})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.10)$$

em que  $N$  é o número de amostras utilizadas para estimar a função de densidade de probabilidade e  $\sigma$  é a largura do *kernel*, o qual pondera os momentos estatísticos.

Para minimizar o erro de rastreamento  $\varepsilon$ , deve-se modificar os parâmetros  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  em direção ao gradiente ascendente de  $J$ , cujo detalhamento matemático é apresentado no Apêndice B. Para isto, serão substituindo as Equações (6.9) e (6.2) na Equação (6.10) e realizando os devidos cálculos, são obtidas as seguintes expressões:

$$\frac{dK_p}{dt} = \frac{\partial J}{\partial K_p} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_{p_i} - y_{m_i})^2}{2\sigma^2}\right) (y_{p_i} - y_{m_i}) \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial K_p}\right) \quad (6.11)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = \frac{\partial J}{\partial K_i} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_{p_i} - y_{m_i})^2}{2\sigma^2}\right) (y_{p_i} - y_{m_i}) \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial K_i}\right) \quad (6.12)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = \frac{\partial J}{\partial K_d} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(y_{p_i} - y_{m_i})^2}{2\sigma^2}\right) (y_{p_i} - y_{m_i}) \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial K_d}\right) \quad (6.13)$$

considerando  $D = d(\cdot)/dt$ , logo:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial K_p} = \frac{\partial(y_p - y_m)}{\partial K_p} = \frac{\partial y_p}{\partial K_p} = \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right) D}{D^2 + D\left(\frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial K_i} = \frac{\partial(y_p - y_m)}{\partial K_i} = \frac{\partial y_p}{\partial K_i} = \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right)}{D^2 + D\left(\frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial K_d} = \frac{\partial(y_p - y_m)}{\partial K_d} = \frac{\partial y_p}{\partial K_d} = \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right) D^2}{D^2 + D\left(\frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.16)$$

Observe que a derivada parcial de  $y_m$  é igual a zero, visto que o modelo de referência não depende dos parâmetros a serem adaptados e é um valor pré-definido pelo projetista. Sendo assim,  $dK_p/dt$ ,  $dK_i/dt$  e  $dK_d/dt$  assumem as seguintes expressões:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right) D}{D^2 + D\left(\frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.17)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right)}{D^2 + D\left(\frac{a_p+K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.18)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{b_p}{1+K_b b_p}\right)D^2}{D^2 + D\left(\frac{a_p+K_p b_p}{1+K_d b_p}\right) + \left(\frac{K_i b_p}{1+K_d b_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.19)$$

em que  $N_2 - N_1 = N$ ,  $N$  é definido como a janela de observação, isto é, a quantidade de valores utilizados para atualizar o parâmetro à ser adaptado.

O erro de estimação  $\varepsilon_e = y_p - y_e$  é definido como sendo a diferença entre o sinal da planta estimada  $y_e$  e a saída da planta controlada  $y_p$  e este erro deve ser minimizado, no mecanismo de estimação paramétrica, de tal modo que a planta estimada se comporte igual à planta controlada. Para isto, será utilizado o método do gradiente ascendente para maximizar o critério da máxima Correntropia. O modelo adotado da planta estimada é o Autoregressivo com Entrada Exógenas (ARX) de primeira ordem, definido pela Equação (6.20). Esta ordem foi escolhida devido às características de primeira ordem da resposta de um sistema de bombeamento.

$$y_e[k] = a_1 u[k] + a_2 u[k-1] + a_3 y_e[k-1] \quad (6.20)$$

em que  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são os parâmetros estimados da planta,  $u_e$  é o sinal de excitação e  $y_e$  é a saída estimada.

Para realizar a estimação dos parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  da planta, será adotada a mesma metodologia utilizada para atualizar os parâmetros do controlador, porém, o erro que deseja-se minimizar é o de estimação  $\varepsilon_e$ . As Equações (6.21), (6.22) e (6.23) descrevem como se dará esta atualização. Observe, que o ajuste da velocidade de convergência deste mecanismo se dar através do ajuste da largura do *kernel* ( $\sigma_e$ ) e tamanho da janela de observação ( $N_e$ ), isto é, a quantidade de amostras do sinal utilizado para a construção da FDP.

$$a_1[k] = a_1[k-1] + \sum_{k=N_1}^{N_2} \frac{1}{N_e \sigma_e^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_e[k]^2}{2\sigma_e^2}\right) \varepsilon_e[k] u[k] \quad (6.21)$$

$$a_2[k] = a_2[k-1] + \sum_{k=N_1}^{N_2} \frac{1}{N_e \sigma_e^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_e[k]^2}{2\sigma_e^2}\right) \varepsilon_e[k] u[k-1] \quad (6.22)$$

$$a_3[k] = a_3[k-1] + \sum_{k=N_1}^{N_2} \frac{1}{N_e \sigma_e^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_e[k]^2}{2\sigma_e^2}\right) \varepsilon_e[k] y_e[k-1] \quad (6.23)$$

em que  $N_2 - N_1 = N_e$ ,  $N_e$  é definido como a janela de observação, isto é, a quantidade de valores utilizados para atualizar o parâmetro à ser estimado.

Aplicando o método discretização de Tustin, também conhecido como Bilinear, na função de transferência da planta (observe a Equação (6.1)), é obtido a função de transferência discreta da planta, com período de amostragem  $T$ , conforme exposto na Equação (6.24). Este método de discretização foi adotado, pois, ele garante a estabilidade do sistema em todo círculo unitário no plano  $Z$  (SOARES, 1996).

$$y_p[k] = \left( \frac{a_p T}{2 + T b_p} \right) u[k] + \left( \frac{a_p T}{2 + T b_p} \right) u[k - 1] + \left( \frac{2 + b_p T}{2 + T b_p} \right) y_p[k - 1] \quad (6.24)$$

Deste modo, para que o erro de estimação  $\varepsilon_e$  seja zero,  $y_p[k]$  deve ser igual a  $y_e[k]$ , ou seja, a Equação (6.24) deve ser igual à Equação (6.20), obtendo:

$$a_1 = \frac{a_p T}{2 + T b_p} \quad (6.25)$$

$$a_2 = \frac{a_p T}{2 + T b_p} \quad (6.26)$$

$$a_3 = \frac{2 + b_p T}{2 + T b_p} \quad (6.27)$$

Resolvendo o sistema de Equações (6.25) e (6.27) para colocar em função de  $a_p$  e  $b_p$ , são obtidas as expressões (6.28) e (6.29). Observe que os parâmetros da planta ( $a_p$  e  $b_p$ ) receberam um sinal de circunflexo por se tratar de estimativas e não os valores verdadeiros, dado que os parâmetros da planta são desconhecidos.

$$\hat{a}_p = \frac{2a_1 + a_1 b_p T}{T} \quad (6.28)$$

$$\hat{b}_p = \frac{2a_3 + 2}{T - a_3 T} \quad (6.29)$$

Assim sendo, como  $\hat{a}_p \rightarrow a_p$  e  $\hat{b}_p \rightarrow b_p$ , a formulação matemática apresentadas nas Equações (6.17), (6.18) e (6.19) utilizadas no mecanismo de adaptação para atualização dos parâmetros do controlador são reescritas como:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{\hat{b}_p}{1+K_b\hat{b}_p}\right)D}{D^2 + D\left(\frac{\hat{a}_p+K_p\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right) + \left(\frac{K_i\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.30)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{\hat{b}_p}{1+K_b\hat{b}_p}\right)}{D^2 + D\left(\frac{\hat{a}_p+K_p\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right) + \left(\frac{K_i\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.31)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{t=N_1}^{N_2} \exp\left(-\frac{\varepsilon(t)^2}{2\sigma^2}\right) \varepsilon(t) \left( \frac{\left(\frac{\hat{b}_p}{1+K_b\hat{b}_p}\right)D^2}{D^2 + D\left(\frac{\hat{a}_p+K_p\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right) + \left(\frac{K_i\hat{b}_p}{1+K_d\hat{b}_p}\right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (6.32)$$

A lei de controle descrita pela Equação (6.4) e as leis do mecanismo de adaptação são descritas pelas Equações (6.30), (6.31) e (6.32) garantem que a resposta da planta converge assintoticamente para a resposta do modelo de referência para qualquer valor do sinal de entrada ( $r(t)$ ). Esta afirmativa é plausível, pois  $J(\varepsilon) > 0$ ,  $\dot{J} < 0$ , atendendo os critérios de estabilidade de Lyapunov. No entanto,  $\varepsilon = 0$  não é um ponto assintoticamente estável global, já que  $\|\varepsilon\| \rightarrow \infty$ ,  $J(\varepsilon) \rightarrow 0$  (IOANNOU; SUN, 2012).

Por fim, ao comparar as outras medidas de similaridades usados para a adaptação dos parâmetros de controle, como o erro médio quadrático, a Correntropia (com *kernel* Gaussiano) possui boas propriedades: é limitada em  $0 < J(\varepsilon) < 1/(\sigma\sqrt{2\pi})$ , contém todos os momentos de ordem par da variável diferença para o *kernel* Gaussiano (usando uma expansão em série), os pesos dos momentos de ordem superior são controlados pelo tamanho do *kernel* e é uma medida de similaridade local e é muito robusta para valores extremos (CHEN et al., 2013).

### 6.3 Conclusão

O Critério da Máxima Correntropia apresenta-se como uma ótima alternativa para o mecanismo de adaptação e estimação paramétrica do controlador IMRAC-PID, principalmente no que se diz respeito de sua aplicação em sistemas não lineares, variantes no tempo e que apresentam FDP do erro não Gaussiano. Na Tabela 10 encontra-se uma comparação entre a função custo Erro Médio Quadrático, cuja o desenvolvimento matemático encontra-se no Apêndice A, e a função custo por Correntropia com *kernel* Gaussiano.

Isto posto, nota-se que o uso da Correntropia com o *kernel* Gaussiano como função custo apresenta características atrativas na aplicação estudada, por ser robusta às variações temporais e presença de *outliers*. Além disso, por conter todos os momentos estatísticos de ordem par, pode extrair uma maior quantidade de informação de distribuições de erros não Gaussianas e com média diferente de zero. Porém, esta função custo não é globalmente

assintoticamente estável na origem e possui matemática complexa, comparada a função custo Erro Médio Quadrático.

Tabela 10 – Comparação da função custo por Erro médio quadrático e Correntropia.

<b>Erro médio quadrático</b>	<b>Correntropia</b>
Simplicidade matemática.	Matemática complexa.
Bons resultados para erros com distribuição normal e média zero.	Bons resultados para erro com distribuição Gaussiana e não Gaussiana.
Contém apenas momentos estatísticos de primeira e segunda ordem.	Contém todos os momentos estatísticos de ordem par.
Assintoticamente globalmente estável em $\varepsilon = \varepsilon_e = 0$ .	Assintoticamente localmente estável em $\varepsilon = \varepsilon_e = 0$ .
Não é limitada.	Limitada em $0 < J(\varepsilon) < 1/(\sigma\sqrt{2\pi})$ .
Não possibilita o controle dos pesos de cada momento estatístico.	Os pesos dos momentos estatísticos são controlados pelo tamanho do <i>kernel</i> $\sigma$ .
Ao ser usada em conjunto com o método do gradiente descendente, a convergência depende dos ganhos de adaptação, cujo número é proporcional a quantidade de parâmetros a serem adaptados e estimados	Ao ser usada em conjunto com o método do gradiente ascendente no mecanismo de adaptação, a convergência dos parâmetros do controlador depende do tamanho do <i>kernel</i> ( $\sigma$ ) e da janela de observação $N$

## 7 Resultados e Discussões

Neste capítulo, avalia-se, através de ensaios experimentais, o desempenho do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência utilizando o Critério da Máxima Correntropia como função custo do mecanismo de adaptação e de estimação paramétrica, cujas expressões matemáticas são descritas na [seção 6.2](#).

Estes experimentos serão realizados em uma bancada experimental, cujo objetivo é identificar e controlar a pressão mensurado pelo sensor PT-3 localizado na zona topográfica baixa do sistema exposto na [Figura 23](#). Para isto, regulou-se a velocidade de rotação do conjunto motobomba através do uso do inversor de frequência. O acionamento, leitura dos sensores e implementação do controlador se deu em um ambiente virtual desenvolvido no *software* LabVIEW.

Para quantificar o desempenho em relação ao erro de rastreamento ( $\varepsilon = y_p - y_m$ ) e erro de estimação paramétrica ( $\varepsilon_e = y_p - y_e$ ) dos experimentos foram utilizados três indicadores de desempenhos baseados na integral do erro e um baseado no erro médio absoluto, sendo eles definidos como:

**Índice ISE-Integral Square Error (Integral do erro quadrático):** este índice atribui grande peso para erros grandes e pequeno peso para erros pequenos. Logo, apresenta baixa seletividade, isto é, as mudanças nos parâmetros dos processos causam pequenas variações no índice ISE. Projetos que utilizam estes critérios caracterizam um sistema que possui resposta rápida, baixa estabilidade relativa e oscilações ([SANTANA, 2020](#)). Matematicamente expresso por:

$$ISE = \int_0^T \varepsilon(t)^2 dt \quad (7.1)$$

**Índice ITAE-Integrated Time Absolute Error (Integral do Erro Absoluto ponderado pelo Tempo):** neste índice, o erro é ponderado pelo tempo, logo os erros iniciais há uma pequena ponderação, enquanto os erros finais, mesmo que pequenos, recebem maior valor durante a ponderação ([SANTANA, 2020](#)). Matematicamente expresso por:

$$ITAE = \int_0^T t|\varepsilon(t)|dt \quad (7.2)$$

**Índice IAE-Integral Absolute Error (Integral do valor absoluto do erro):** este índice pondera igualmente todos os erros. O uso deste critério no projeto provoca no sistema uma característica amortecida, um transitório suave e um sobressinal não elevado

(SANTANA, 2020). Matematicamente expressa por:

$$IAE = \int_0^T |\varepsilon(t)| dt \quad (7.3)$$

**Índice MAPE-Mean Absolute Percentage Error (Erro Percentual Absoluto Médio):** este índice é uma medida de precisão, que mede o tamanho do erro em termos percentuais (JACKSON et al., 2019). Matematicamente expresso por:

$$MAPE = \sum_{n=1}^N \left| \frac{y_p[n] - y_m[n]}{y_p[n]} \right| \quad (7.4)$$

Outro ponto de suma importância, refere-se ao desempenho das soluções fornecidas pelo critério de Correntropia quando o sistema é sujeito a ruídos de diferentes tipos e a mudanças paramétricas da planta controlada ao longo do tempo.

## 7.1 Definição do modelo de referência

A escolha do modelo de referência busca impor uma característica a resposta do sistema a ser controlado. Portanto, para determinar os valores adequados, como: ordem, tempo de acomodação, tempo de subida, sobrevalor percentual, atraso e tempo de pico, deve-se buscar primeiro entender as limitações físicas do sistema. Logo, por se tratar de um sistema de abastecimento de água, o modelo de referência deve apresentar uma característica de resposta de primeira ordem, de modo a evitar transitórios bruscos e o fenômeno hidráulico denominado de golpe de Aríete, o qual ocasiona um transitório hidráulico brusco e, podendo causar, ruptura nos ductos.

Com relação ao modelo de referência, será considerado uma função de transferência de segunda ordem com frequência de amortecimento ( $w_n$ ) igual a 1,41, fator de amortecimento ( $\xi$ ) igual a 3,54, conforme expresso na Equação (7.5).

$$H_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2 + 10s + 2} \quad (7.5)$$

Em que:

- $H_m$ : função de transferência do modelo de referência;
- $Y_m$ : saída do modelo de referência;
- $R$ : sinal de referência ou valor desejado.

A Figura 32 ilustra a resposta ao degrau do modelo de referência e suas características temporais estão expostos na Tabela 11. Estes valores foram projetados de forma a

proporcionar ao sistema uma resposta suave e gradativa, em vista dos transitórios bruscos em sistemas de abastecimento de água que podem ocasionar um efeito denominado de golpe de Aríete, o qual provoca a ruptura dos ductos e danifica o dispositivo de impulsão.

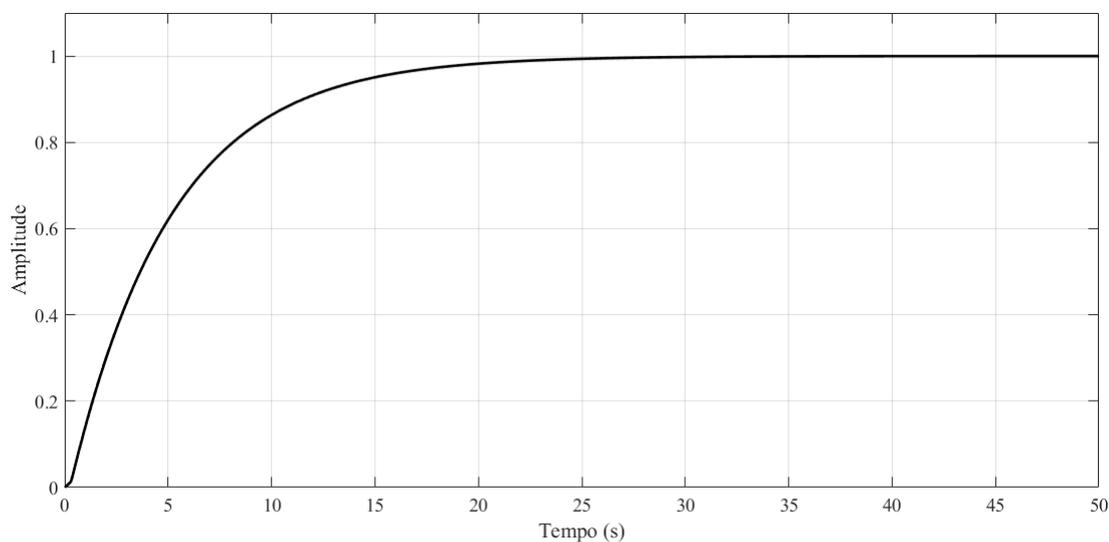


Figura 32 – Resposta ao degrau unitário do modelo de referência.

Tabela 11 – Especificações da resposta temporal do modelo de referência de segunda ordem.

<b>Tempo de subida</b>	11,0 s
<b>Tempo de estabelecimento</b>	26,6 s
<b>Tempo de pico</b>	30,1 s
<b>Sobrevalor percentual</b>	0 %

## 7.2 Análise da identificação de sistema

Nesta seção serão realizados quatro experimentos para avaliar o mecanismo de estimação paramétrica da planta, cuja função é realizar a identificação da planta estudada, ou seja, relacionando a velocidade de rotação do conjunto motobomba com a pressão no transdutor PT-3 do sistema estudado.

- **Experimento I** – Foram realizados 20 ensaios utilizando diferentes valores de janela de observação ( $N_e$ ) e largura do *kernel* ( $\sigma_e$ ).
- **Experimento II** – Adotando as contantes que proveram o melhor desempenho, com base nos índices que quantificam o erro, do experimento I, foi realizado um ensaio com o motobomba operando com diferentes valores de velocidade de rotação.
- **Experimento III** – Ainda com estes parâmetros, foi modificado o ângulo da válvula de controle, de modo a alterar a dinâmica da planta, e avaliado o desempenho do mecanismo de estimação paramétrica.
- **Experimento IV** – Por fim, avaliou-se a robustez do mecanismo de estimação paramétrica quando submetido a uma sequência de *outliers*. Para isto, foi realizado 4 ensaios com diferentes períodos de inserção de *outliers*.

### 7.2.1 Experimento I

O objetivo do Experimento I é verificar o efeito da janela de observação ( $N_e$ ) e largura do *kernel* Gaussiano ( $\sigma_e$ ) na convergência do mecanismo de estimação paramétrica, a qual faz parte da estrutura do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência. Para isto, foram realizados 20 ensaios utilizando diferentes valores de  $N_e$  e  $\sigma_e$  com a finalidade de verificar o impacto destes parâmetros na minimização do erro de rastreamento através da modificação os parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ .

Nestes ensaios, o conjunto motobomba está partindo do repouso, isto é, com velocidade de rotação igual a 0 Hz e com o ângulo da válvula de controle VRP-1 e VRP-3 iguais a 45°. Além disso, os valores iniciais dos parâmetros a serem modificados iguais a 0,01.

Na [Tabela 12](#) estão apresentados os valores de  $N_e$  e  $\sigma_e$  adotados neste experimento, além da quantificação do erro de estimação paramétrica em obtido em cada um dos ensaios, cuja as curvas estão ilustradas nas Figuras [33](#), [34](#), [35](#) e [36](#). Nota-se, ao reduzir a janela de observação e da largura do *kernel*, o tempo de convergência de estimação também é reduzido, pois, o  $N_e$  está relacionado ao número de ciclos necessários para haver uma nova atualização dos parâmetros estimados e  $\sigma_e$  aos pesos atribuídos aos momentos estatísticos.

Além disso, foi calculado a correntropia na forma percentual, conforme exposto na Equação (7.6), para quantificar a similaridade entre a saída da planta e o sinal estimado. Comparando a correntropia com as métricas clássicas, ISE, ITAE, IAE e MAPE, nota-se uma relação inversamente proporcional, onde a diminuição dos índices clássicos ocasiona um aumento na similaridade. Estes resultados são esperados, pois, diminuem-se as características temporais durante o regime transitório e o erro em regime permanente.

Em sentido oposto, quando a correntropia medida na forma percentual é próxima de zero, a similaridade é mínima, isto é, o sinal da planta diverge do modelo estimado, como nos casos, por exemplo, dos experimentos MCC-E-5, MCC-E-10 e MCC-E-15.

$$v_{\sigma}(\%) = \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_p - y_e)^2}{2\sigma^2}\right)}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}} \cdot 100\% \quad (7.6)$$

em que  $y_p$  é o sinal de saída da planta,  $y_e$  é o sinal de saída do modelo e  $\sigma$  é a largura do *kernel*, que neste caso foi adotado igual a 1.

Tabela 12 – Índices da quantificação do erro de estimação para diferentes valores  $N_e$  e  $\sigma_e$ .

$N_e$	$\sigma_e$	Ensaio	ISE	ITAE	IAE	MAPE(%)	$v_{\sigma}(\%)$
1	2	MCC E-1	100	20100	271	3,67	97,78
	4	MCC E-2	100	21300	259	3,12	98,26
	6	MCC E-3	100	21400	243	2,66	98,57
	8	MCC E-4	100	32600	353	3,66	97,02
	10	MCC E-5	66430	3083500	34535	408,5	0,08
5	2	MCC E-6	700	23000	528	7,61	92,42
	4	MCC E-7	300	20700	372	5,57	95,25
	6	MCC E-8	100	20100	286	3,92	97,48
	8	MCC E-9	100	30400	353	3,95	96,98
	10	MCC E-10	1710700	5124000	54508	557,97	00,54
10	2	MCC E-11	1800	28800	849	11,14	87,01
	4	MCC E-12	800	22700	540	7,8	92,25
	6	MCC E-13	300	20800	356	5,34	95,70
	8	MCC E-14	100	28400	335	4,19	97,11
	10	MCC E-15	1116600	4329600	42084	430,43	00,95
20	2	MCC E-16	4100	50200	1501	17,69	76,23
	4	MCC E-17	2000	29900	891	11,64	86,52
	6	MCC E-18	700	22800	511	7,56	92,92
	8	MCC E-19	200	25900	360	5,1	96,26
	10	MCC E-20	691200	3294900	34348	351,44	00,87

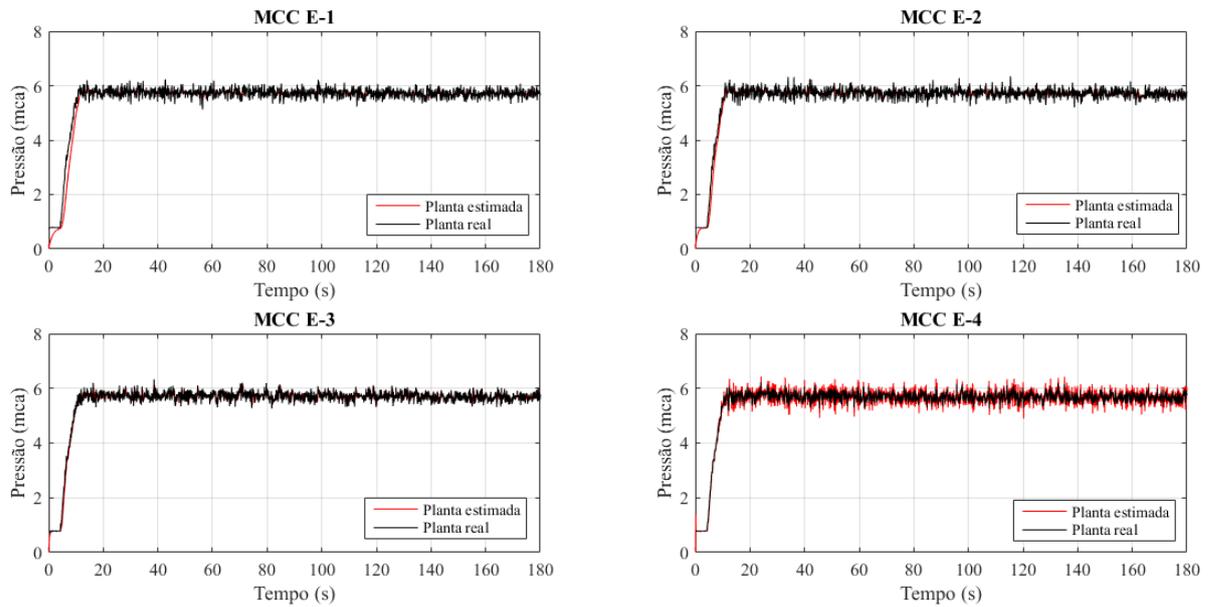


Figura 33 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-1)  $Ne = 1$  e  $\sigma_e = 10$ , MCC E-2)  $Ne = 1$  e  $\sigma_e = 8$ , MCC E-3)  $Ne = 1$  e  $\sigma_e = 6$  e MCC E-4)  $Ne = 1$  e  $\sigma_e = 4$ .

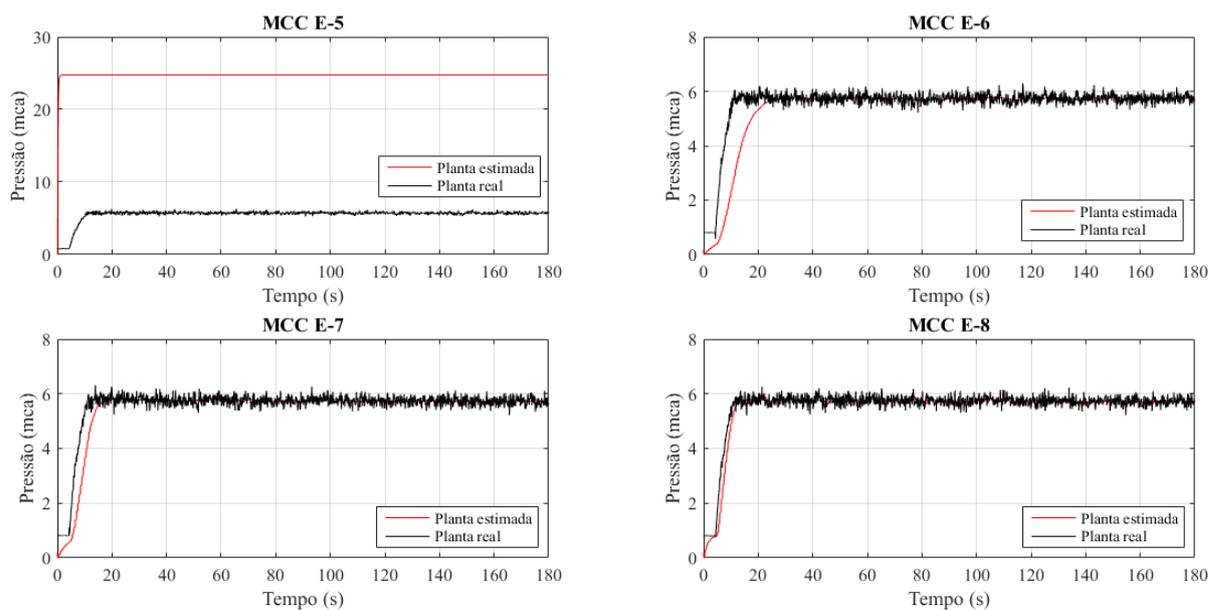


Figura 34 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-5)  $Ne = 1$  e  $\sigma_e = 2$ , MCC E-6)  $Ne = 5$  e  $\sigma_e = 10$ , MCC E-7)  $Ne = 5$  e  $\sigma_e = 8$  e MCC E-8)  $Ne = 5$  e  $\sigma_e = 6$ .

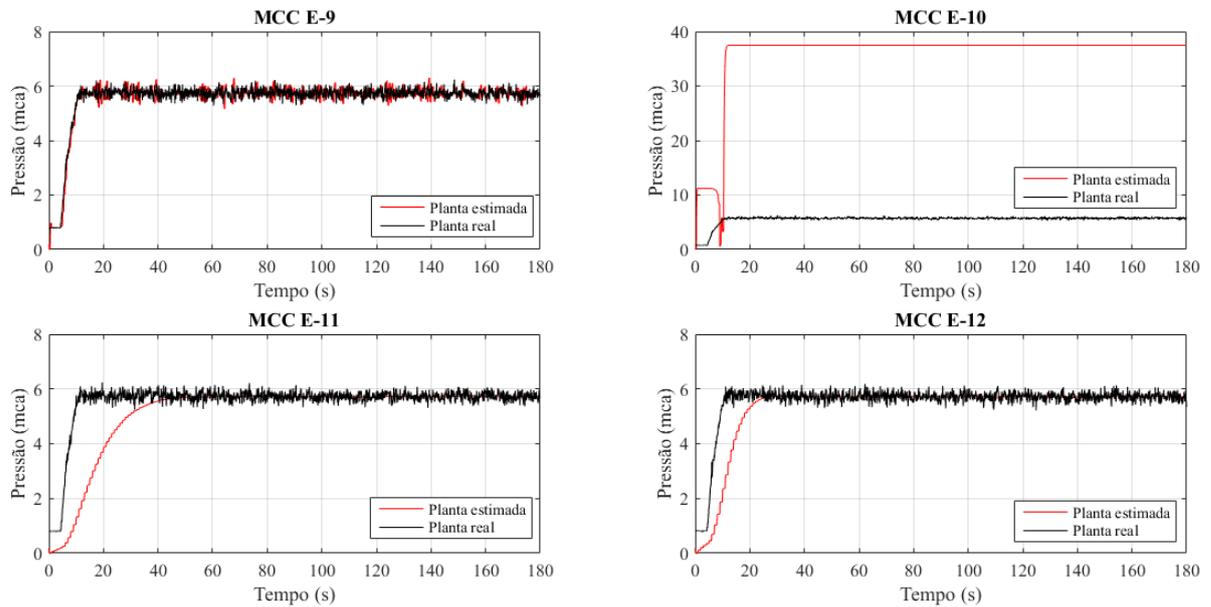


Figura 35 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-9)  $N_e = 5$  e  $\sigma_e = 4$ , MCC E-10)  $N_e = 5$  e  $\sigma_e = 2$ , MCC E-11)  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 10$  e MCC E-12)  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 8$ .

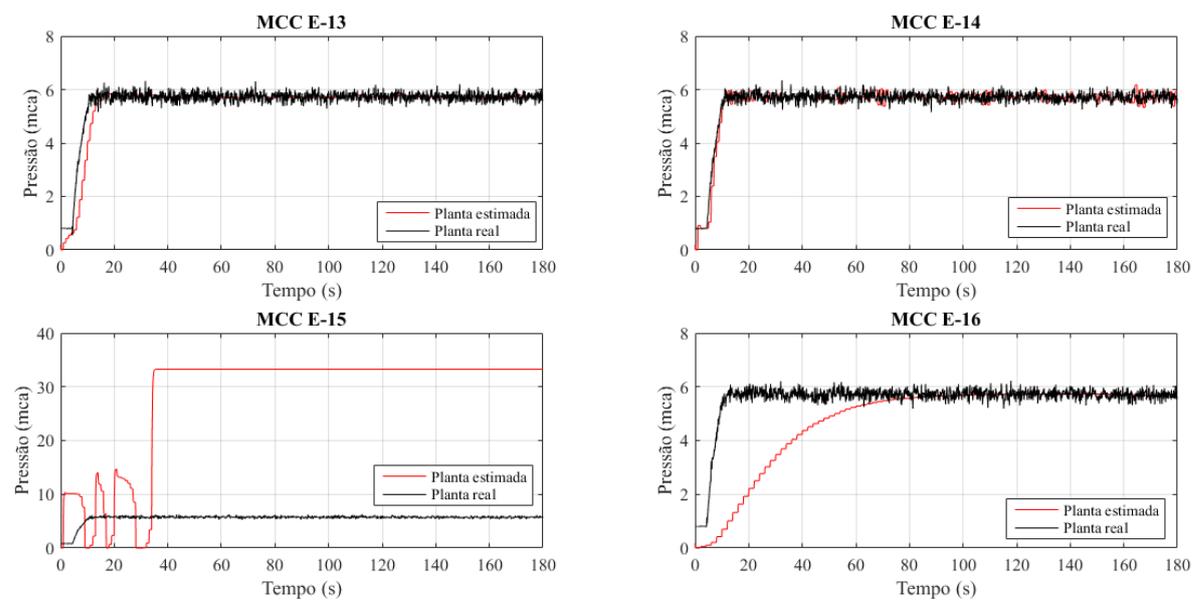


Figura 36 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-13)  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 6$ , MCC E-14)  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 4$ , MCC E-15)  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 2$  e MCC E-16)  $N_e = 20$  e  $\sigma_e = 10$ .

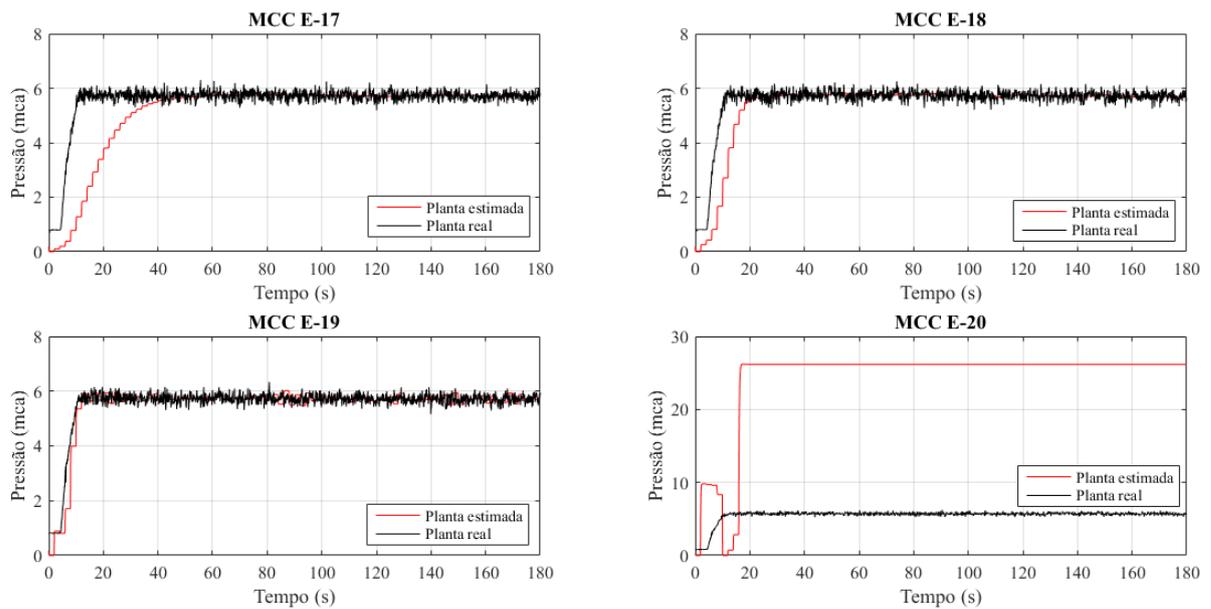


Figura 37 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia. MCC E-17)  $N_e = 20$  e  $\sigma_e = 8$ , MCC E-18)  $N_e = 20$  e  $\sigma_e = 6$ , MCC E-19)  $N_e = 20$  e  $\sigma_e = 4$  e MCC E-20)  $N_e = 20$  e  $\sigma_e = 2$ .

Portanto, constata-se que o mecanismo de estimação é mais sensível à mudança da largura do *kernel* do que a variação da janela de observação. Além disso, para valores de  $\sigma_e$  iguais a 2 e independente do tamanho da janela de observação  $N_e$  o algoritmo se torna instável e oscilatório, não convergindo ao valor do sinal de saída da planta.

Diante dos resultados obtidos, foi escolhido o par de parâmetros  $N_e = 10$  e  $\sigma_e = 10$  para serem usados nos próximos experimentos, pois esta combinação fez com que a estimativa da planta tivesse um transitório suave, sem oscilações e com maior tolerância aos ruídos inerentes à planta estudada.

## 7.2.2 Experimento II

Neste experimento será analisado a robustez do mecanismo de estimação paramétrica quando o sistema é submetido à variação da velocidade de rotação do conjunto motobomba. Para isto, foram adotadas as seguintes premissas:  $N_e = 10$ ,  $\sigma_e = 10$  ângulos das válvulas VRP-1 e VRP-3 iguais a  $45^\circ$ , ângulo da válvula VRP-2 igual a  $0^\circ$  e variação da frequência de rotação em 0 Hz, 30 Hz, 40 Hz, 50 Hz, 60 Hz, 50 Hz, 40 Hz, 30 Hz e 0 Hz a cada 3 minutos.

Na Figura 38 estão ilustradas a curva real e estimada da planta, nota-se que a curva estimada leva cerca de 30 segundos até alcançar o valor da planta real, devido à inércia do sistema de bombeamento, largura de *kernel* e janela de observação adotada, em vista em que quanto mais largo o *kernel* e maior a janela utilizada, menores são os pesos atribuídos as contantes a serem estimadas. Isto pode ser observado na Figura 39, a

qual expõe a evolução dos parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ , os quais modelam a dinâmica da planta estudada.

Contudo, ao passar a etapa do primeiro degrau, a velocidade de convergência é diminuída consideravelmente, uma vez que a inércia foi vencida e os parâmetros já foram aprendidos. Além disso, o mecanismo de estimação paramétrica apresenta-se com robustez aos ruídos presentes no sinal da planta real, não distorcendo o sinal estimado.

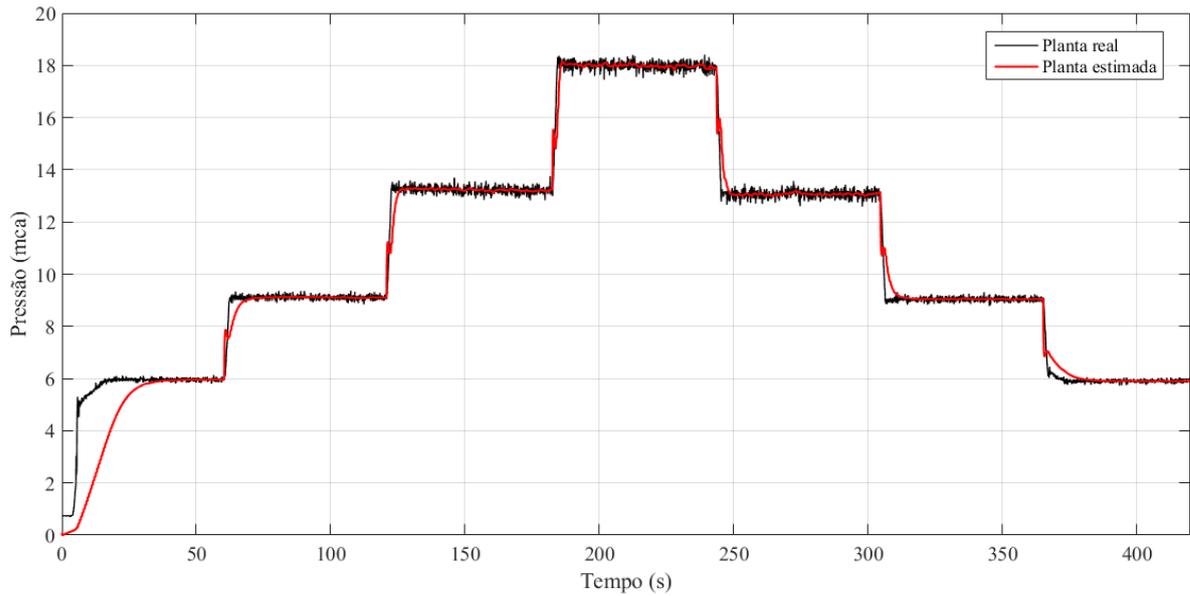


Figura 38 – Respostas do mecanismo de estimação paramétrica utilizando o critério da máxima Correntropia para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba.

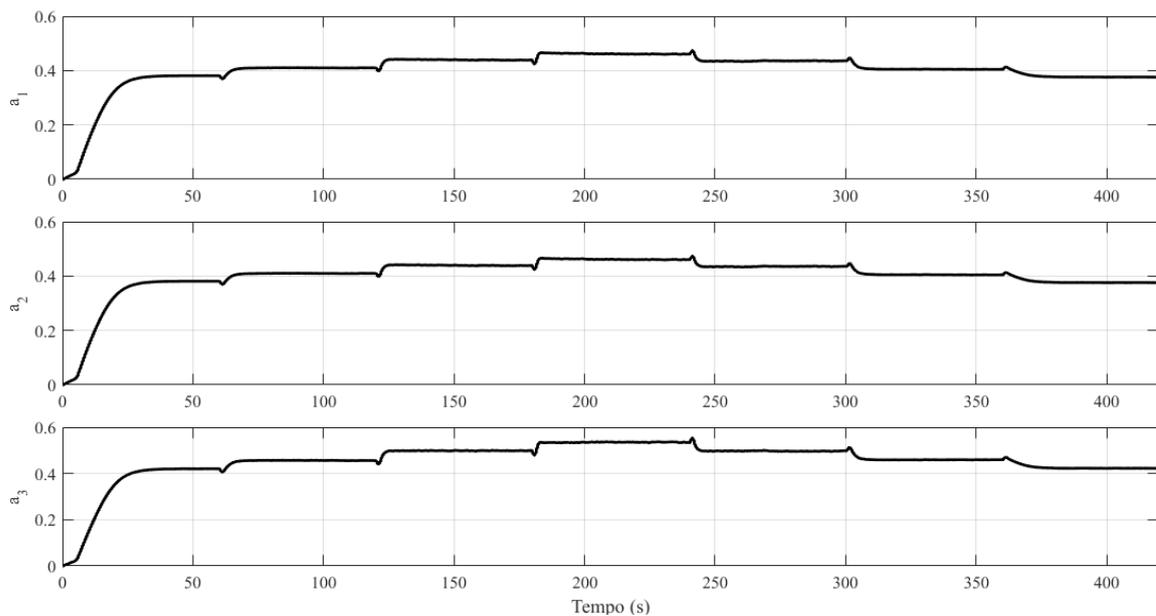


Figura 39 – Parâmetros estimados da planta para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba.

Para analisar estatisticamente o quanto de informação foi extraída do erro de rastreamento no processo de estimação paramétrica, considerou-se a média de 600 pontos do sinal da planta durante o período em que o sistema alcança o regime permanente. De posse deste valor, calculou-se o erro entre esta média e cada valor estimado dentro desta faixa.

As quantificações dos momentos estatísticos do histograma da [Figura 40](#) estão ilustrados na [Tabela 13](#), em que a média está próxima de zero, bem como o desvio padrão. Além disso, este possui assimetria positiva, quantificado pelo Skewness e distribuição leptocúrtica (pontuda), quantificado pelo Kurtosis.

Tabela 13 – Medidas estatísticas do erro de estimação para diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba.

	Erro de estimação
<b>Média</b>	-0,09
<b>Desvio Padrão</b>	0,57
<b>Skewness</b>	36,72
<b>Kurtosis</b>	5,55

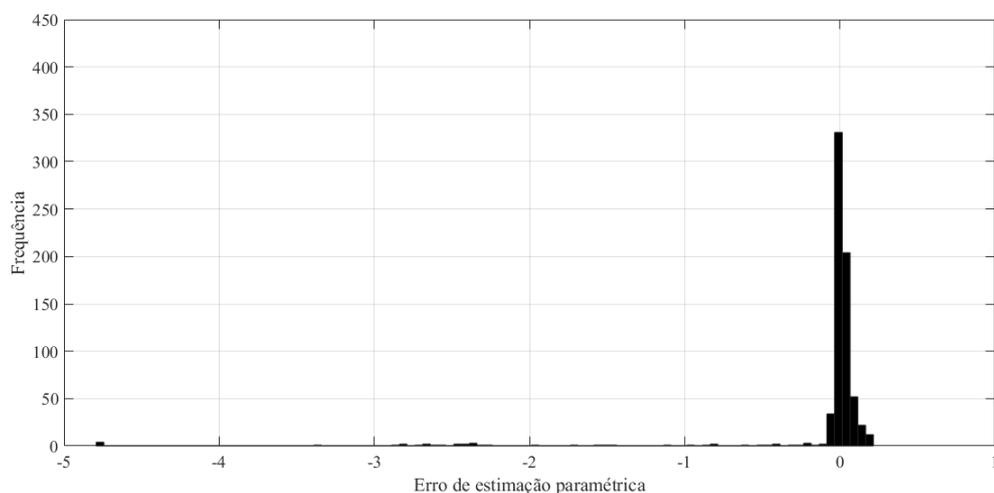


Figura 40 – Histograma do erro de estimação paramétrica quando a planta é sujeita a diferentes frequências de rotação do conjunto motobomba.

### 7.2.3 Experimento III

Neste experimento será analisado o funcionamento do mecanismo de estimação paramétrica quando a planta sofre alterações em suas características físicas, seja por um vazamento, obstrução ou desgaste. Todavia, por se tratar de um sistema experimental, estas alterações serão emuladas através de manobras na válvula de controle VRP-2, isto

é, alterando a secção transversal deste dispositivo, consequentemente aumentando ou diminuindo a perda de carga na planta estudada.

O procedimento experimental adotado consistiu com a motobomba operando com velocidade nominal (60 Hz),  $N_e = 10$ ,  $\sigma_e = 10$ , ângulos da válvula VRP-3 igual a  $45^\circ$ , ângulos da válvula VRP-1 igual a  $0^\circ$  e foram acrescidos e decrescidos a cada 2 minutos do ângulo da válvula VRP-2 em  $15^\circ$ . Estas alterações na VRP-2 provoca o aumento ou a diminuição da pressão no sistema, consequentemente, fazendo com que o sistema de estimação paramétrica modifique os parâmetros de modo a minimizar o erro de estimação, a resposta do sistema à estas perturbações e a atualização dos parâmetros estão ilustradas nas Figuras 41 e 42, respectivamente.

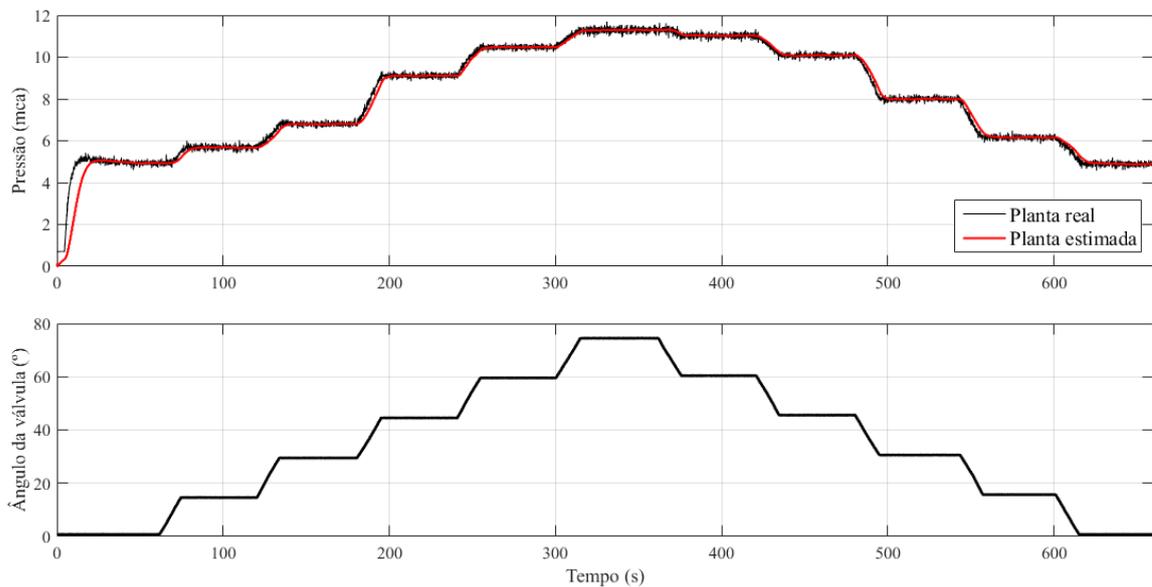


Figura 41 – Estimação da planta para diferentes ângulos da válvula de controle.

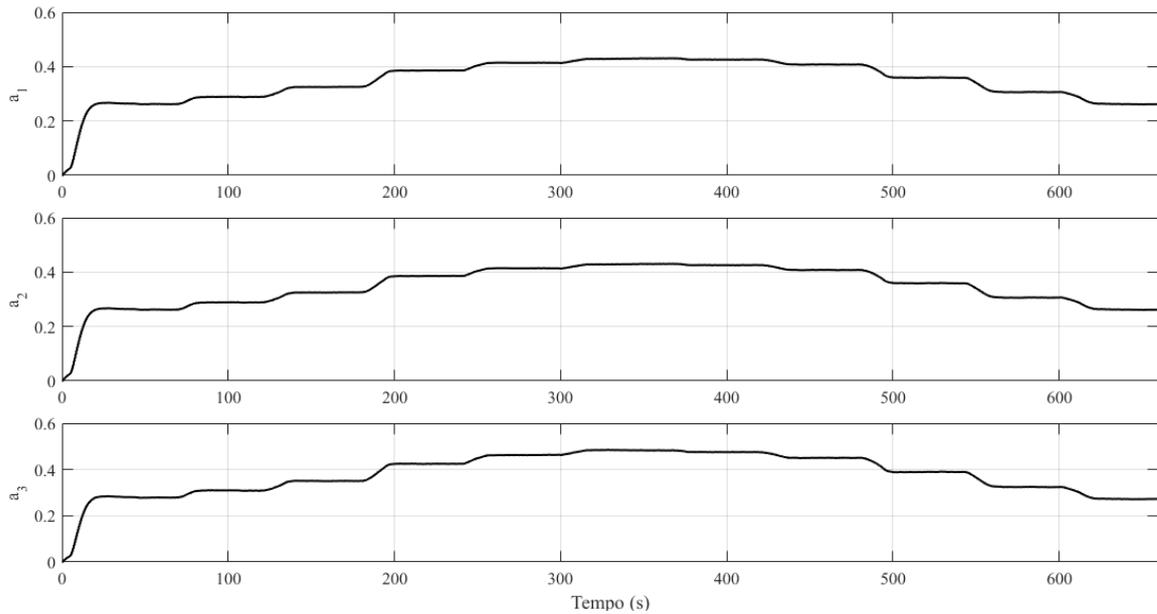


Figura 42 – Parâmetros estimados da planta para diferentes ângulos da válvula de controle.

Para dimensionar a quantidade de informação extraída do erro de rastreamento no processo de estimação paramétrica durante este experimento, foi considerado a média de 600 pontos do sinal da planta durante o período em que o sistema alcança o regime permanente. De posse deste valor, calculou-se o erro entre esta média e cada valor estimado no mesmo período.

As quantificações dos momentos estatísticos do histograma da [Figura 43](#) estão ilustrados na [Tabela 14](#), em que a média está próxima de zero, bem como o desvio padrão. Além disso, este possui assimetria positiva, quantificado pelo Skewness e distribuição próximo da mesocúrtica, quantificado pelo Kurtosis.

Tabela 14 – Medidas estatísticas do erro de estimação quando a planta é sujeita a variação no ângulo da válvula de controle.

	<b>Erro de estimação</b>
<b>Média</b>	$-9,9721 \cdot 10^{-5}$
<b>Desvio Padrão</b>	0,011
<b>Skewness</b>	3,9
<b>Kurtosis</b>	-0,28

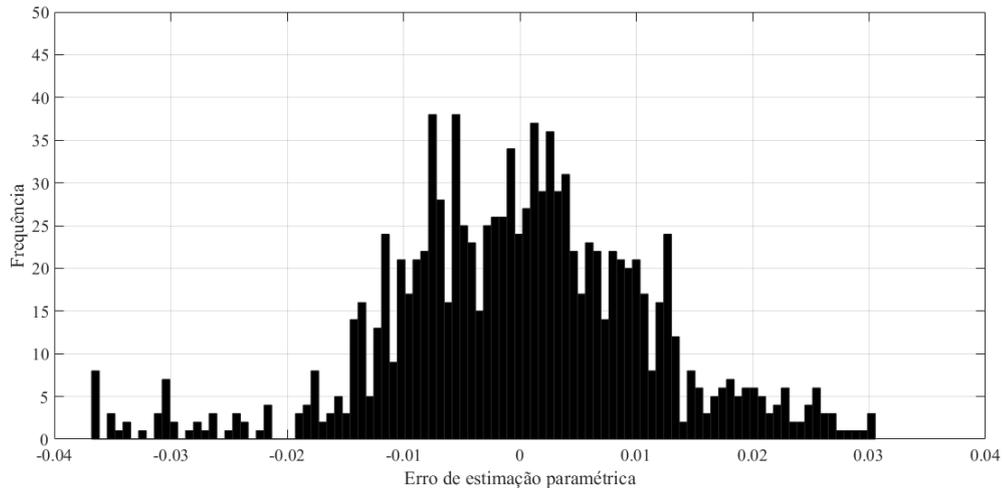


Figura 43 – Histograma do erro de estimação quando a planta é sujeita a variação no ângulo da válvula de controle.

#### 7.2.4 Experimento IV

Neste experimento será avaliada a robustez do mecanismo de estimação paramétrica quando o sistema está sujeito a *outliers*. Para isto, será considerado o diagrama de blocos da Figura 44, onde é apresentada a planta estudada, a planta estimada, o mecanismo de adaptação paramétrica e em que sinal está sendo adicionado estes valores espúrios.

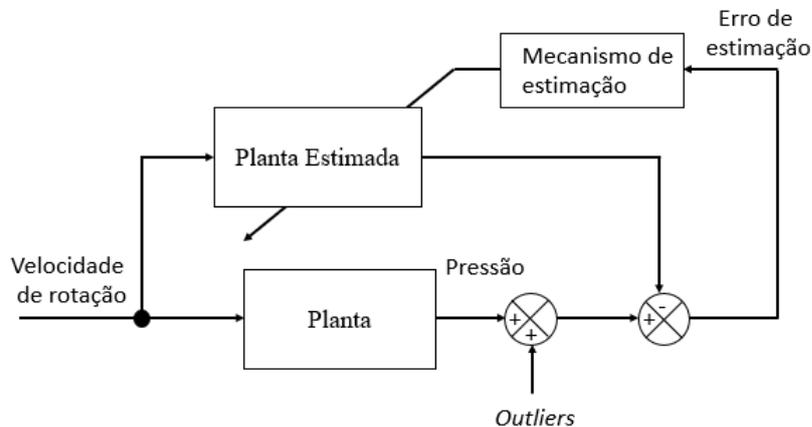


Figura 44 – Diagrama em bloco da inserção de *outliers* durante a validação do mecanismo de estimação paramétrica.

As premissas adotadas para este experimento são as mesmas que foram utilizadas no Experimento II da subseção 7.2.2. O tempo total do ensaio foi de 2 minutos, onde a velocidade de rotação final do conjunto motobomba é a nominal (60 Hz) e os *outliers* foram adicionados após 1 minuto de operação, isto é, quando o sistema está operando em regime permanente.

Portanto, nas Figuras 45, 46, 47 e 48 estão ilustradas a curva real e a estimada. Para isto, foram considerados quatro diferentes períodos com que os *outliers* são inseridos: 20, 10,

5 e 1 segundo, respectivamente. Ao observar estas figuras, comprova-se que o mecanismo de estimação é tolerante a esta categoria de ruído. Este fato, deve-se ao decaimento exponencial presente na fórmula matemática do *kernel* Gaussiano utilizado no Critério da Máxima Correntropia, pois quando o erro é grande, o valor à ser atualizado tende a zero.

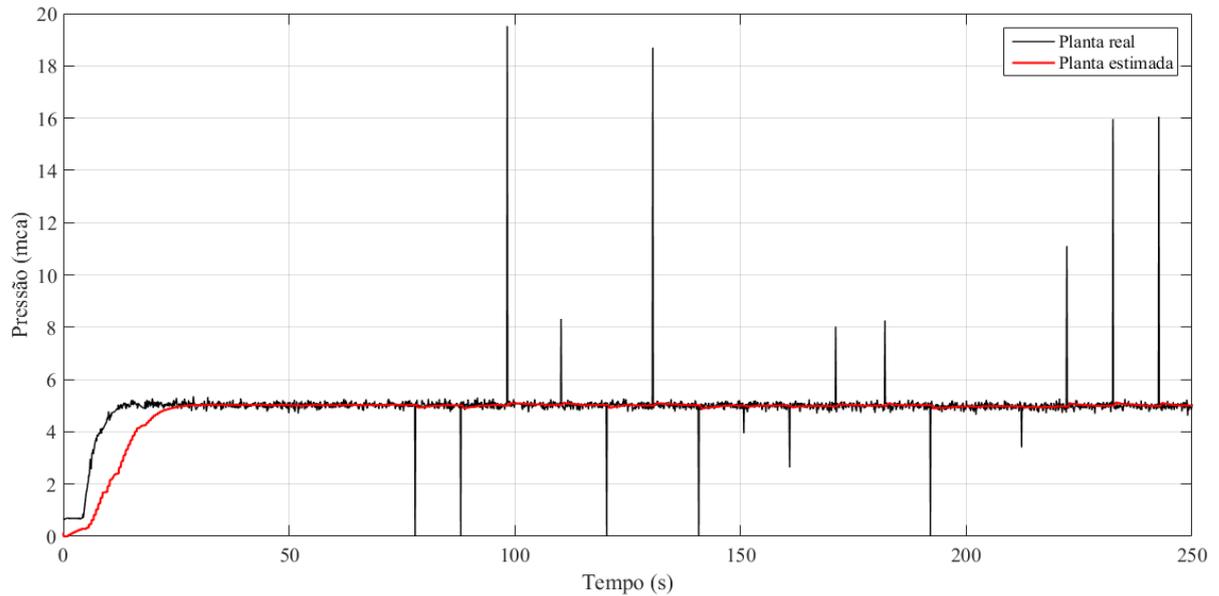


Figura 45 – Resposta da planta estimada submetida a *outliers* com período de 20 segundos.

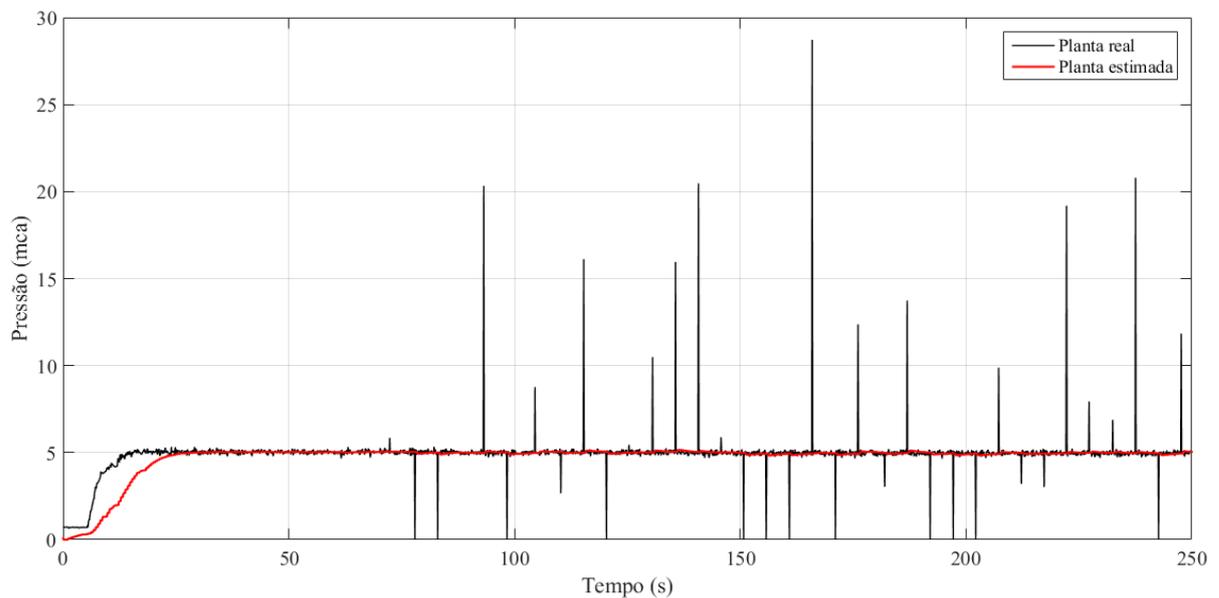


Figura 46 – Resposta da planta estimada submetida a *outliers* com período de 10 segundos.

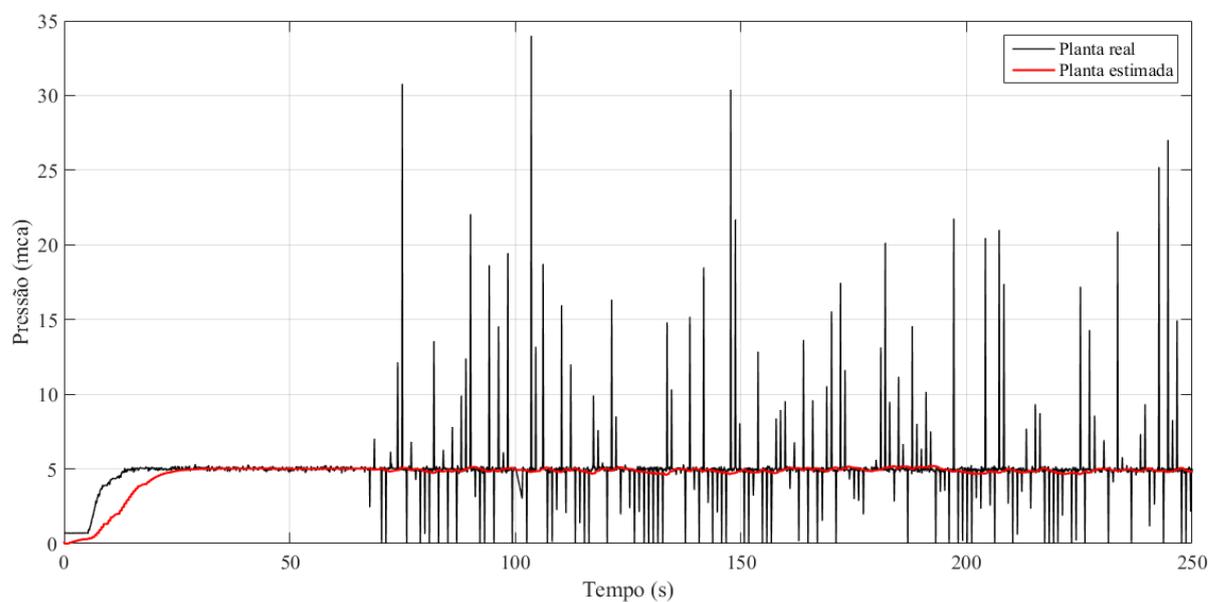


Figura 47 – Resposta da planta estimada submetida a *outliers* com período de 5 segundos.

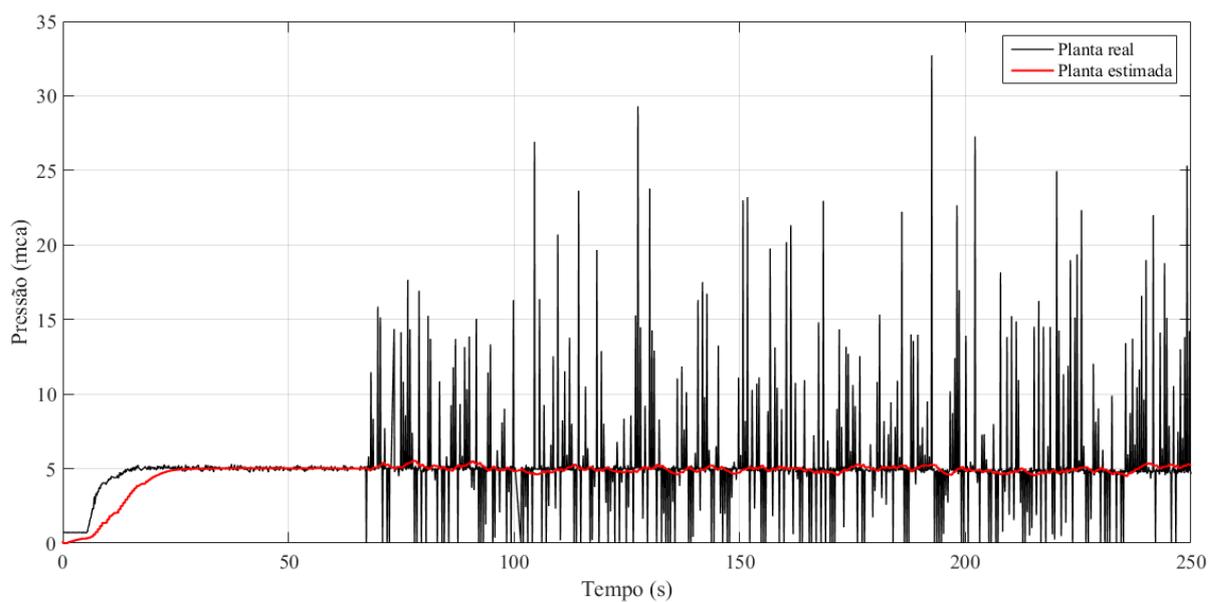


Figura 48 – Resposta da planta estimada submetida a *outliers* com período de 1 segundo.

A Métrica Induzida por Correntropia (CIM) é outro modo de observar a rejeição natural do critério da máxima Correntropia. Para isto, utilizaram-se os dados do pior caso da ação do *outliers*, a curva da Figura 48. Considere a Equação (7.7), em que o vetor  $X = \{5\}$  é o valor em regime estacionário do modelo de referência,  $Y$  é o vetor de valores do sinal do transdutor PT3 presente na planta durante o período em que os *outliers* são inseridos (de 60 a 240 segundos) e  $\sigma_e = 10$ . Tem-se:

$$CIM(5, Y) = \left( 0,04 - 0,04 \cdot \exp\left(-\frac{(5 - Y)^2}{2 \cdot (0,04)^2}\right) \right)^{1/2} \quad (7.7)$$

A representação gráfica da solução da Equação 7.7 está ilustrada na Figura 49. Constata-se que a largura do *kernel* adotada,  $\sigma_e = 10$ , possibilita apenas o surgimento da região de transição e euclidiana na métrica CIM. Durante os experimentos, avaliou-se valores menores da largura de *kernel*, porém, estes levaram a planta estimada divergir do valor da planta, devido às limitações computacionais da bancada experimental.

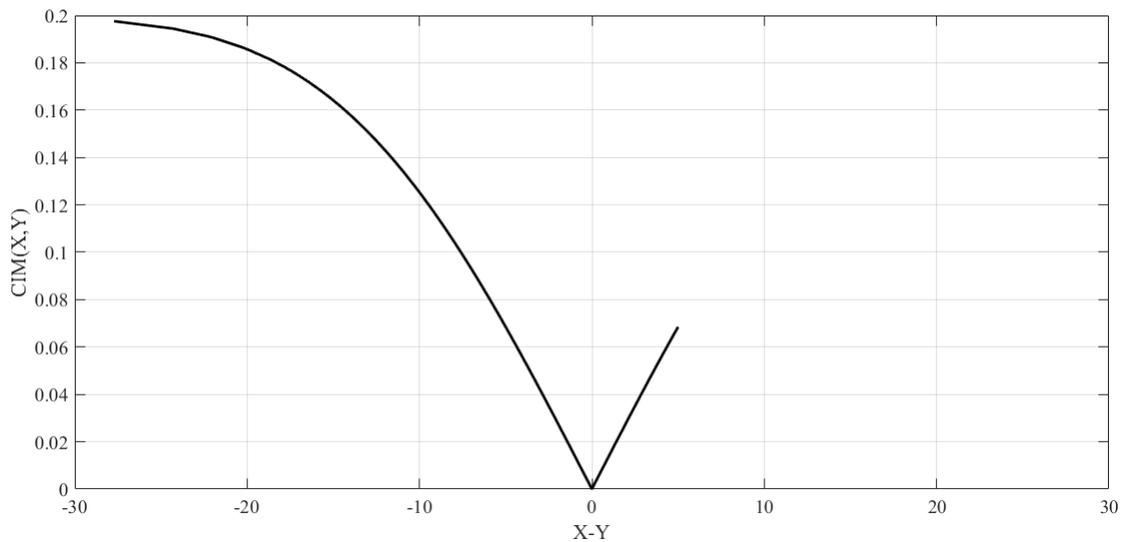
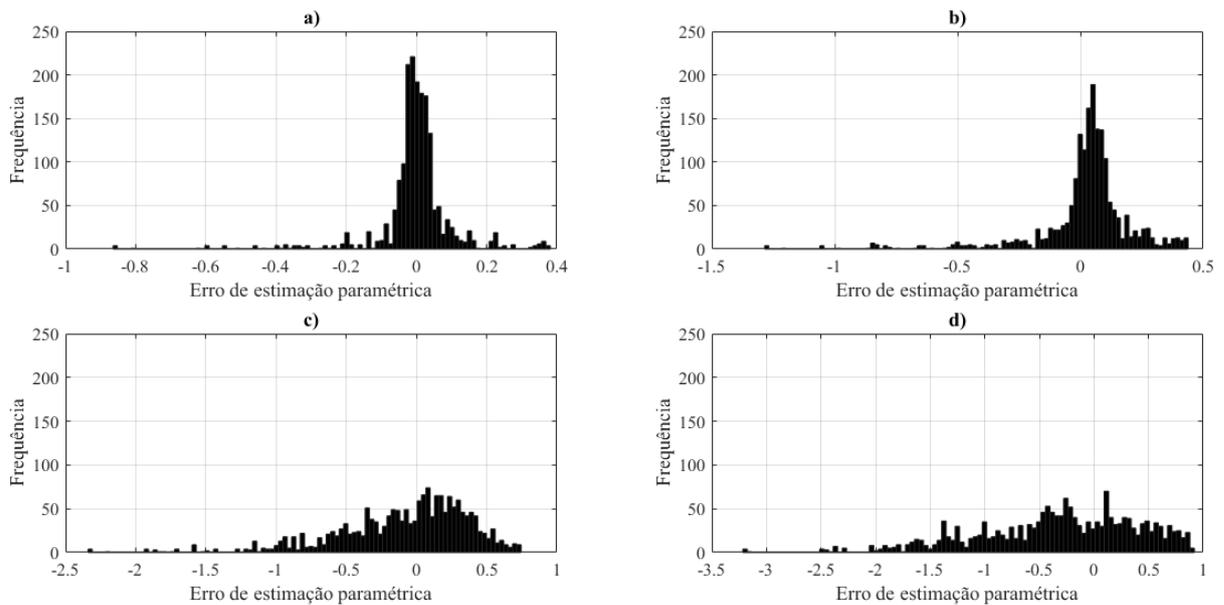


Figura 49 – Medida da Métrica Induzida por Correntropia para o erro de estimação paramétrica.

Neste contexto, para quantificar a tolerância deste mecanismo, será considerado calculado o erro entre a média dos valores estimados durante o regime permanente antes da inserção dos *outliers*, isto é, no intervalo entre 30 e 50 segundos e os valores estimados no intervalo entre 60 e 240 segundos. Este procedimento permite avaliar o quão o modelo estimado sofre interferência dos *outliers* inseridos. Os histogramas destes erros estão apresentados na Figura 50 e seus momentos estatísticos estão quantificados na Tabela 15.

Tabela 15 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica para diferentes períodos dos *outliers*.

Período dos <i>outliers</i>	Média	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
a) 20 segundos	-0,0022	0,0401	0,1519	3,1056
a) 10 segundos	0,0142	0,0608	0,0959	2,5468
a) 5 segundos	0,0930	0,1218	0,0277	2,4651
a) 1 segundos	0,0336	0,1977	-0,1827	2,5864

Figura 50 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando a planta é submetida a diferentes períodos dos *outliers*.

### 7.3 Análise do Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência

Nesta seção serão apresentados 4 experimentos para validar o Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência, sendo eles:

- **Experimento I** – Fixando os valores da janela de observação ( $N_e$ ) e largura do *kernel* ( $\sigma_e$ ) do mecanismo de estimação paramétrica, foram realizados 20 ensaios utilizando diferentes valores de janela de observação ( $N$ ) e largura do *kernel* ( $\sigma$ ) do mecanismo de adaptação.
- **Experimento II** – Adotando as contantes que proveram o melhor desempenho, com base nos índices que quantificam o erro, do Experimento I, foi realizado um ensaio com o sistema de bombeamento operando com diferentes valores desejados.

- **Experimento III** – Ainda com estes parâmetros, foi modificado o ângulo da válvula de controle de modo a alterar a dinâmica da planta, e avaliado o desempenho do controlador.
- **Experimento IV** – Por fim, avaliou-se a robustez do controlador quando submetido a uma sequência de *outliers* com 4 diferentes períodos.

### 7.3.1 Experimento I

Utilizando o modelo de referência definido na [seção 7.1](#) e conhecendo a dinâmica do mecanismo de estimação paramétrica. Agora será avaliado o efeito da janela de observação e largura do *kernel* Gaussiano no mecanismo de adaptação para conduzir o erro de rastreamento à zero. Para isto, foi considerado as seguintes premissas:  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  iguais a 0,01,  $N_e$  igual a 5,  $\sigma_e$  igual a 15, período de amostragem  $T$  igual a 0,1 s e o valor desejado da pressão igual a 10 mca. Cada ensaio foi realizado durante 180 s. Na [Tabela 16](#) está esquematizado os ensaios realizados nesta seção.

Tabela 16 – Ensaio do Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência.

Janela de observação	$\sigma$	Ensaio
N = 1	5	MCC A-1
	10	MCC A-2
	15	MCC A-3
	20	MCC A-4
	25	MCC A-5
N = 5	5	MCC A-6
	10	MCC A-7
	15	MCC A-8
	20	MCC A-9
	25	MCC A-10
N = 10	5	MCC A-11
	10	MCC A-12
	15	MCC A-13
	20	MCC A-14
	25	MCC A-15
N = 20	5	MCC A-16
	10	MCC A-17
	15	MCC A-18
	20	MCC A-19
	25	MCC A-20

Nas Figuras 51, 52, 53, 54 e 55 estão ilustrados os resultados dos ensaios esquematizados na Tabela 16, onde é possível constatar que a diminuição do  $\sigma$  implica na ponderação dos momentos estatísticos, isto é, quanto menor este valor, maior a informação concentrada e, conseqüentemente, maior o valor é atribuído aos parâmetros do controlador à cada interação. Além disso, janela de observação  $N$  influencia na taxa de atualização, ou seja, quanto maior, mais lenta é a taxa de atualização dos parâmetros do controlador.

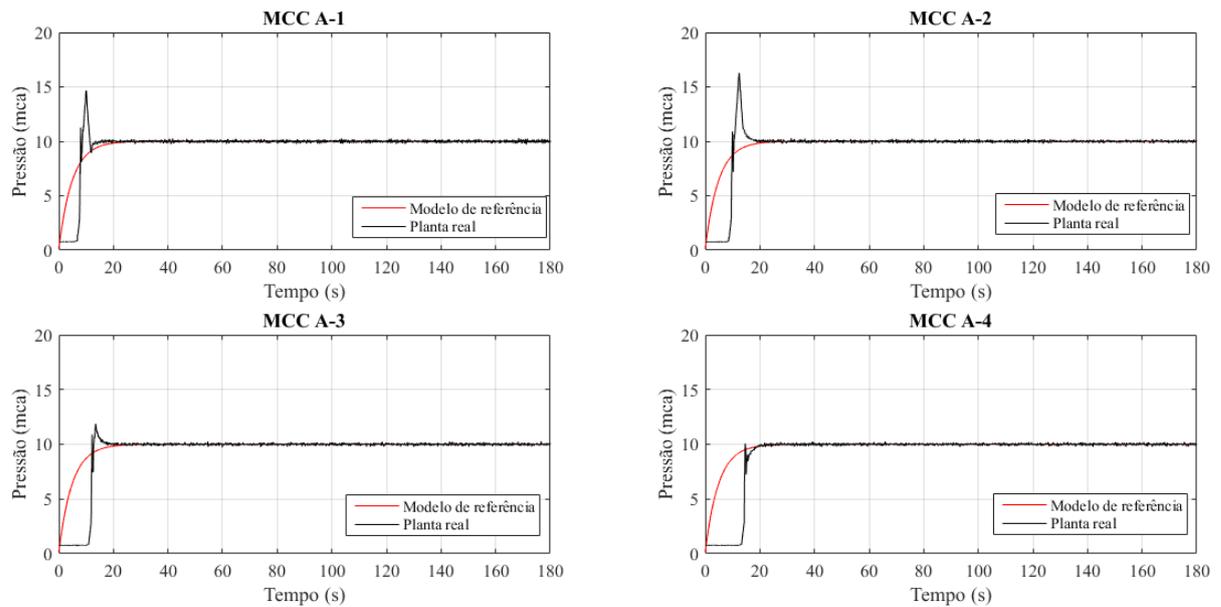


Figura 51 – Respostas do sistema controlado: MCC A-1)  $N = 1$  e  $\sigma = 10$ , MCC A-2)  $N = 1$  e  $\sigma = 8$ , MCC A-3)  $N = 1$  e  $\sigma = 6$  e MCC A-4)  $N = 1$  e  $\sigma = 4$ .

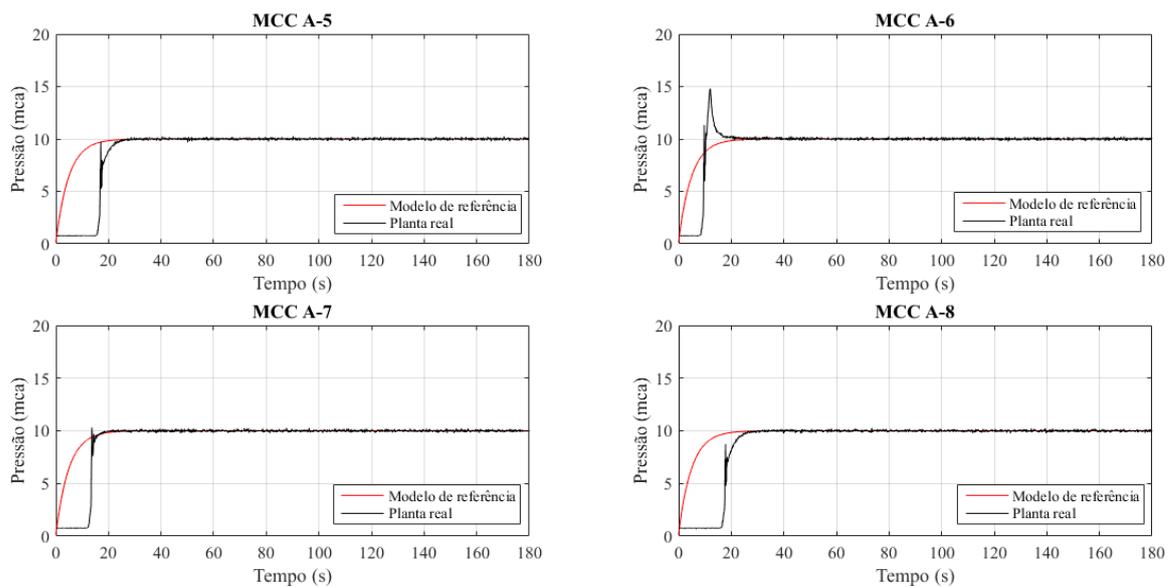


Figura 52 – Respostas do sistema controlado: MCC A-5)  $N = 1$  e  $\sigma = 2$ , MCC A-6)  $N = 5$  e  $\sigma = 10$ , MCC A-7)  $N = 5$  e  $\sigma = 8$  e MCC A-8)  $N = 5$  e  $\sigma = 6$ .

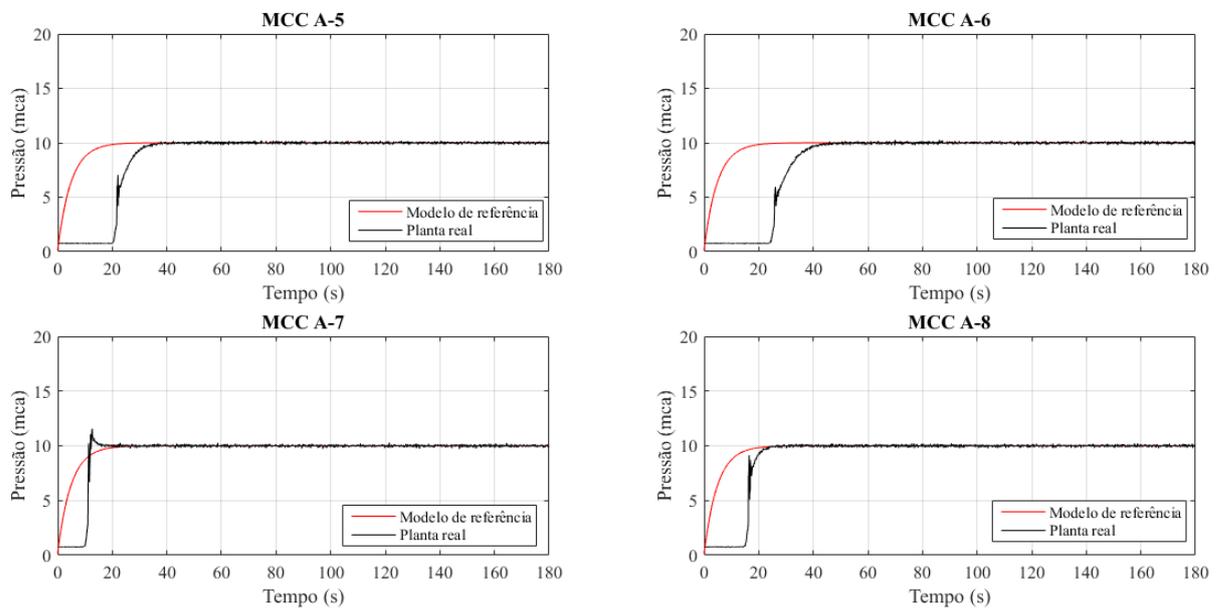


Figura 53 – Respostas do sistema controlado: MCC A-9)  $N = 5$  e  $\sigma = 4$ , MCC A-10)  $N = 5$  e  $\sigma = 2$ , MCC A-11)  $N = 10$  e  $\sigma = 10$  e MCC A-12)  $N = 10$  e  $\sigma = 8$ .

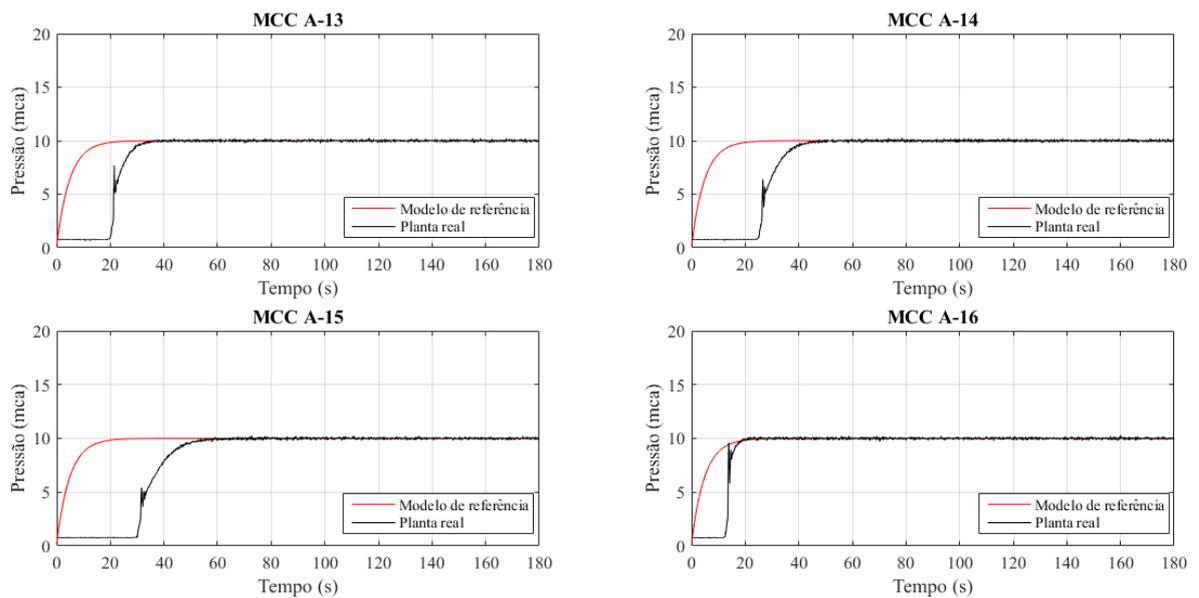


Figura 54 – Respostas do sistema controlado: MCC A-13)  $N = 10$  e  $\sigma = 6$ , MCC A-14)  $N = 10$  e  $\sigma = 4$ , MCC A-15)  $N = 10$  e  $\sigma = 2$  e MCC A-16)  $N = 20$  e  $\sigma = 10$ .

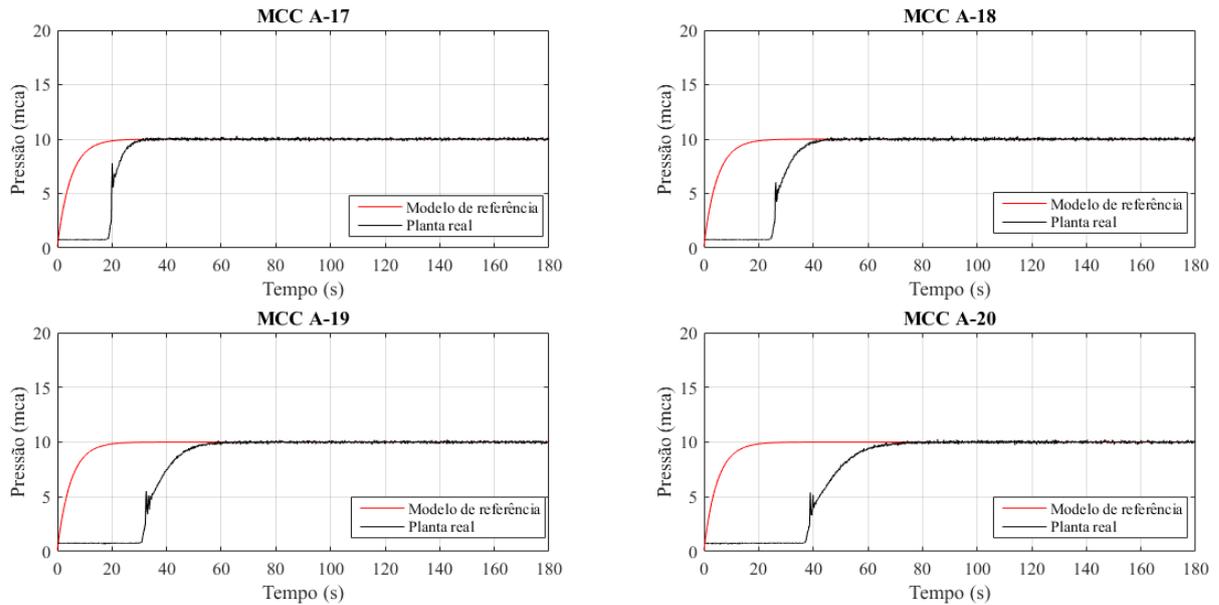


Figura 55 – Respostas do sistema controlado: MCC A-17)  $N = 20$  e  $\sigma = 8$ , MCC A-18)  $N = 20$  e  $\sigma = 6$ , MCC A-19)  $N = 20$  e  $\sigma = 4$  e MCC A-20)  $N = 20$  e  $\sigma = 2$ .

A [Tabela 17](#) apresenta uma visão geral do erro de adaptação paramétrica com base nos índices apresentados no início deste capítulo. Com base nestes resultados, conclui-se que a resposta do sistema em regime transitório, quantificada pelos índices ISE, IAE e ITAE, é mais sensível à largura do *kernel* Gaussiano  $\sigma$  do que a variação da janela de observação  $N$ , pois, o decaimento exponencial da função custo é inversamente proporcional ao quadrado do parâmetro  $\sigma$ . Portanto, quanto menor é a janelas, mais rápida é a resposta do sistema, ocasionando o aparecimento de sobrevalor percentual.

Por outro lado, o índice MAPE é mais sensível ao tamanho da janela  $N$  do que a largura do *kernel* Gaussiano, uma vez que o  $N$  determina a taxa de atualização dos parâmetros do controlador, logo quanto maior este valor, mais lento se torna está atualização.

Utilizando o critério da Correntropia para avaliar o erro, como ilustrado na Equação (7.6), nota-se que, em alguns caso, apesar de um acentuado erro percentual absoluto, devido ao regime transitório lento, a Correntropia possui valor acima de 90%, pois, o erro em regime permanente é próximo de zero. Logo, apresentando a eficácia da estrutura do controlador proposto.

Tabela 17 – Quantificação do erro de rastreamento para diferentes janelas de observação e largura do *kernel* Gaussiano do mecanismo de adaptação.

$N = 1$	$\sigma$	Ensaio	ISE	ITAE	IAE	MAPE(%)	$v_\sigma(\%)$
1	2	MCC A-1	2073	14810	575,7	21,5	95,45
	4	MCC A-2	3434	15300	758	32,47	95,09
	6	MCC A-3	4292	16020	819,6	44,82	95,23
	8	MCC A-4	5996	17900	984	59,43	94,81
	10	MCC A-5	8018	21720	1247	75,12	94,26
5	2	MCC A-6	3155	15090	736,1	31,64	95,27
	4	MCC A-7	5330	16770	903,6	53,97	94,95
	6	MCC A-8	8740	23650	1341,6	80,93	94,04
	8	MCC A-9	12385	33590	1806,6	107,69	93,21
	10	MCC A-10	16191	46460	2277,9	134,84	92,35
10	2	MCC A-11	3754	14680	7488	40,25	95,34
	4	MCC A-12	7544	21020	1188,2	71,44	94,34
	6	MCC A-13	11997	32120	1753,3	105,57	93,33
	8	MCC A-14	16733	49160	2349,2	139,84	92,34
	10	MCC A-15	21565	68720	2940,1	173,06	91,34
20	2	MCC A-16	5536	17110	940,2	55,61	94,88
	4	MCC A-17	10676	28470	1582,6	95,56	93,54
	6	MCC A-18	16448	47260	2300	137,47	92,31
	8	MCC A-19	22443	72310	3035,6	181,08	91,25
	10	MCC A-20	28632	105180	3798	225,85	90,09

As especificações do tempo de subida ( $t_r$ ), tempo de estabelecimento ( $t_s$ ), tempo de pico ( $t_p$ ), tempo de atraso ( $t_d$ ) e sobrevalor percentual ( $M_p$ ) das Figuras 51, 52, 53, 54 e 55 estão apresentadas na Tabela 18. Portanto, ao analisar estas figuras em conjunto com a Tabela 18, é constatado que o aumento dos valores de  $N$  e  $\sigma$  provocam um aumento no tempo de subida, tempo de estabelecimento, tempo de pico e sobrevalor percentual. Contudo, não há impacto significativo no erro em regime permanente, devido à ação integrativa do controlador.

Se tratando de um sistema de água, a adoção de valores de  $N$  e  $\sigma$  que provocam o surgimento de sobrevalor percentual e resposta transitória abrupta não são adequados, provocando o fenômeno denominado golpe de Aríete, danificando as tubulações.

Tabela 18 – Características da resposta temporal para diferentes janelas de observação e largura do *kernel* Gaussiano do mecanismo de adaptação.

Ensaio	$t_r$ (s)	$t_s$ (s)	$t_p$ (s)	$t_d$ (s)	$M_p$ (%)	Erro Médio
MCC A-1	8,6	20,5	9,9	7,7	45,5	0,072
MCC A-2	10	19,7	11,95	4	47,1	0,062
MCC A-3	11	24,5	13,7	13	35,0	0,063
MCC A-4	14,6	21	14,58	16	7,0	0,061
MCC A-5	28,5	32	29	17	0	0,058
MCC A-6	10,44	33	11,94	11	48	0,062
MCC A-7	12	20	13,67	12	3,2	0,062
MCC A-8	26	40	27	17	0	0,060
MCC A-9	39,6	42	36,56	22	0	0,059
MCC A-10	49	47,17	49	27,15	0	0,059
MCC A-11	12	27,33	12,63	10,5	15,6	0,060
MCC A-12	29,18	27,7	25	16,68	0	0,061
MCC A-13	35,5	40	37,63	20	0	0,057
MCC A-14	48,68	50,5	50	27,58	0	0,064
MCC A-15	64,5	63	60	33,4	0	0,061
MCC A-16	25	25	19,73	14	0,2	0,060
MCC A-17	31,6	32,36	31,6	19,5	0	0,059
MCC A-18	40	45	40	27,19	0	0,063
MCC A-19	60	83,56	60	32	0	0,060
MCC A-20	76	100	76	39	0	0,090

Para comparar o desempenho do controlador que tem como critério a Máxima Correntropia, foram efetuados os mesmos ensaios, contudo, utilizado o critério do Erro Médio Quadrático no mecanismo de adaptação e estimação paramétrica, cujo desenvolvimento matemático está apresentado no [Apêndice A](#). Os ganhos do mecanismo de estimação paramétrica foram definidos empiricamente e se mantiveram fixos em  $\gamma_{a_1} = 8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_{a_2} = 8 \cdot 10^{-5}$  e  $\gamma_{a_3} = 4 \cdot 10^{-5}$  e as premissas adotadas são as mesmas utilizadas para o critério da Máxima Correntropia. Os resultados com base nos índices do erro estão expostos na [Tabela 19](#). Já as características temporais estão expostos na [Tabela 20](#).

Tabela 19 – Quantificação do erro de rastreamento para diferentes ganhos de adaptação e janela de observação do mecanismo de adaptação.

$N$	$\gamma_p$	$\gamma_i$	$\gamma_d$	Ensaio	ISE	ITAE	IAE	MAPE (%)	$v_\sigma(\%)$
1	0,003	0,001	0,002	EMQ A-1	55	81	247,7	2,66	93,11
	0,006	0,002	0,004	EMQ A-2	75	33	289,2	3	83,46
	0,009	0,003	0,006	EMQ A-3	200	2977	475,5	4,83	84,11
	0,012	0,004	0,008	EMQ A-4	1752	64	1111	13,88	82,13
	0,015	0,005	0,010	EMQ A-5	3307	151	1619	18,75	81,35
5	0,003	0,001	0,002	EMQ A-6	77	356	271,6	3,46	95,02
	0,006	0,002	0,004	EMQ A-7	72	164	280	3,24	94,69
	0,009	0,003	0,006	EMQ A-8	201	40	488,8	5,64	94,52
	0,012	0,004	0,008	EMQ A-9	49453	1138	9145	92,68	94,89
	0,015	0,005	0,010	EMQ A-10	48050	1073	8273	83,44	93,89
10	0,003	0,001	0,002	EMQ A-11	148	556	309,8	4,38	94,58
	0,006	0,002	0,004	EMQ A-12	89	375	284,8	3,7	94,89
	0,009	0,003	0,006	EMQ A-13	151	342	406,7	5,55	94,99
	0,012	0,004	0,008	EMQ A-14	45347	4396	8193	82,88	94,77
	0,015	0,005	0,010	EMQ A-15	63114	5490	9483	95,91	94,62
20	0,003	0,001	0,002	EMQ A-16	351	1511	383,6	5,93	94,14
	0,006	0,002	0,004	EMQ A-17	173	733	325,5	4,88	94,56
	0,009	0,003	0,006	EMQ A-18	155	534	357	5,86	94,74
	0,012	0,004	0,008	EMQ A-19	43409	15428	7924	81	94,90
	0,015	0,005	0,010	EMQ A-20	62952	261213	9465	96,83	94,81

Neste contexto, ao comparar os resultados expostos na [Tabela 19](#) e [Tabela 17](#), as quais apresentam diversas formas de quantificação do erro de rastreamento, constata-se que o critério EMQ converge em menor tempo ao valor do modelo de referência, possui oscilações durante o regime transitório e sobrevalor percentual, devido aos valores dos índices ISE, ITAE, IAE e MAPE, em diversos destes ensaios, são inferiores aos do Critério da Máxima Correntropia. Estas características temporais podem ser observadas ao comparar a [Tabela 20](#) e [Tabela 18](#).

Por outro lado, a quantificação da correntropia para ambos os critérios, EMQ e MCC, se assimilam, pois, o desempenho do Critério da Máxima Correntropia se aproxima ao Critério do Erro Médio Quadrático quando o erro mensurado é próximo de zero e não há presença de *outliers*.

Tabela 20 – Características da resposta temporal para diferentes ganhos de adaptação e janela de observação do mecanismo de adaptação.

Ensaio	$t_r$ (s)	$t_s$ (s)	$t_p$ (s)	$t_d$ (s)	$M_p$ (%)	Erro Médio
EMQ A-1	25	26	11,69	9	41	0,11
EMQ A-2	26	28	10,72	8	31,7	0,19
EMQ A-3	19	31	10,21	8	28,5	0,13
EMQ A-4	22	30	9,89	7,5	22,6	0,23
EMQ A-5	25	34	9,56	7,7	19,8	0,22
EMQ A-6	30	35	13,49	11	12,9	0,07
EMQ A-7	25	29	12,79	10	39,1	0,08
EMQ A-8	26	28	12,43	9,5	45,8	0,08
EMQ A-9	22	33	11,92	9,2	42	0,07
EMQ A-10	28	31	11,73	9,5	38	0,11
EMQ A-11	24	32,43	23,34	13,7	0	0,08
EMQ A-12	21	26	13,8	11	16,1	0,07
EMQ A-13	30,5	35	13,45	11,1	31,3	0,07
EMQ A-14	30	31,97	13,25	10	42,8	0,07
EMQ A-15	23	29,82	12,9	10	45,8	0,07
EMQ A-16	25	31,65	25	16,55	0	0,07
EMQ A-17	24	31	13,45	11	31,3	0,07
EMQ A-18	28	38	13,25	10	42,8	0,07
EMQ A-19	27	31	12,9	9,5	45,8	0,08
EMQ A-20	31,55	35	25,65	16,55	1,4	0,07

### 7.3.2 Experimento II

Conhecendo os efeitos provocados na resposta temporal da largura do *kernel* Gaussiano  $\sigma$  e janela de observação  $N$  do mecanismo de adaptação, ainda com as constantes do mecanismo de estimação fixos. Foi escolhida empiricamente o valor de  $N$  e  $\sigma$ , os quais proporcionaram ao sistema uma resposta transitória suave, sem sobressinal e com erro em regime permanente próximo a zero.

Sendo assim, neste experimento será avaliado a robustez do controlador proposto à mudança no valor desejado. Para isto, foi considerado as seguintes premissas:  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  iguais a 0,01,  $N$  igual a 10,  $\sigma$  igual a 15, período de amostragem  $T$  igual a 0,1 s e o valores desejados iguais a 10, 12, 14, 16, 14, 12 e 10 mca. O intervalo de permanência em cada degrau foi de 180 s.

Na [Figura 56](#) estão as curvas da planta controlada e do modelo de referência, nota-se que a planta leva cerca de 70 segundos até o seu sinal alcançar o valor do modelo de referência, isto ocorre devido à inércia do sistema de bombeamento, como também a largura do *kernel* e janela de observação adotada, isto é, quanto mais larga, menor é o ganho a cada interação. Isto proporciona ao sistema uma resposta suave e com convergência

assintótica.

Porém, ao passar a etapa do primeiro degrau, a velocidade de convergência é diminuída consideravelmente, já não há mais o efeito da inércia e os parâmetros do controlador foram aprendidos, como pode ser visto na [Figura 57](#), havendo apenas mudanças significativas no ganho integrativo ( $K_i$ ) para que o sistema de controle mantenha o erro de rastreamento próximo à zero. Além disso, o controlador se mantém estável apesar dos ruídos inerentes a planta.

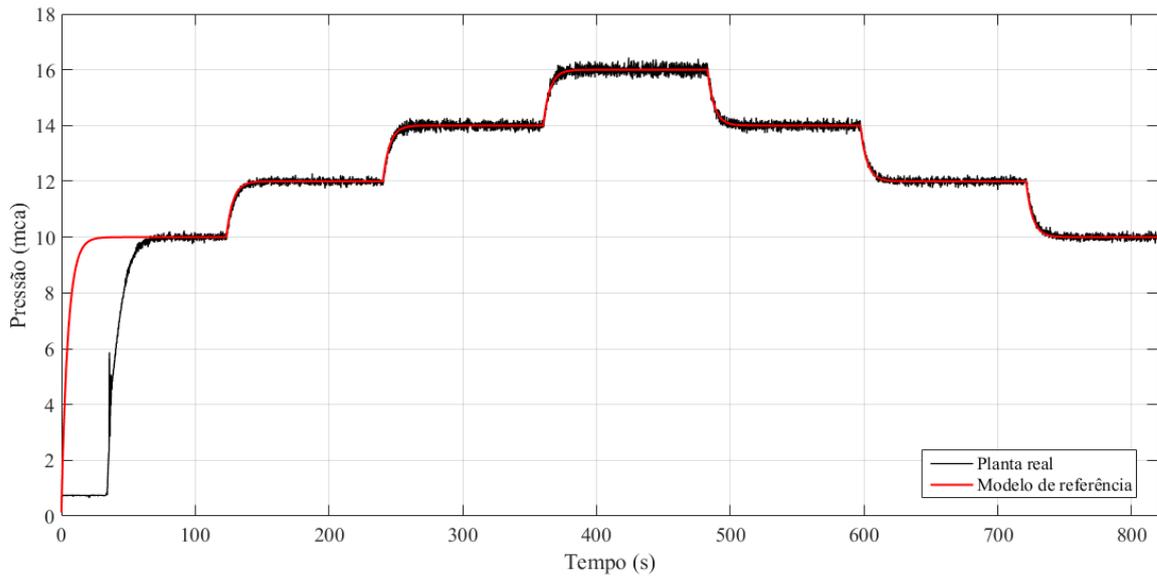


Figura 56 – Respostas da planta controlada para diferentes valores desejados da pressão.

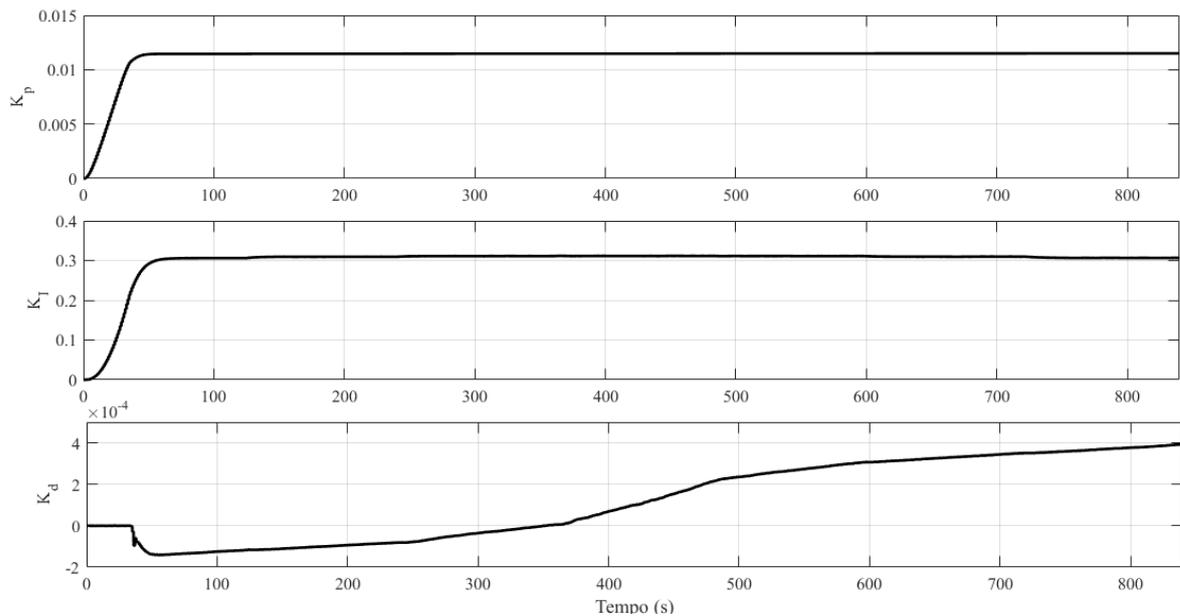


Figura 57 – Parâmetros do controlador para diferentes valores desejados.

Na [Figura 58](#) está ilustrado o histograma do erro de rastreamento quando o sistema controlado opera com diferentes valores desejados. Para tanto, foi considerado 600 pontos

deste erro durante o regime permanente em cada degrau. As medidas estatísticas deste experimento estão expostas na [Tabela 21](#).

Tabela 21 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento para o Critério da Máxima Correntropia para diferentes valores desejados da pressão.

	Erro de rastreamento
<b>Média</b>	-0,0012
<b>Desvio Padrão</b>	0,0968
<b>Skewness</b>	0,1330
<b>Kurtosis</b>	3,3044

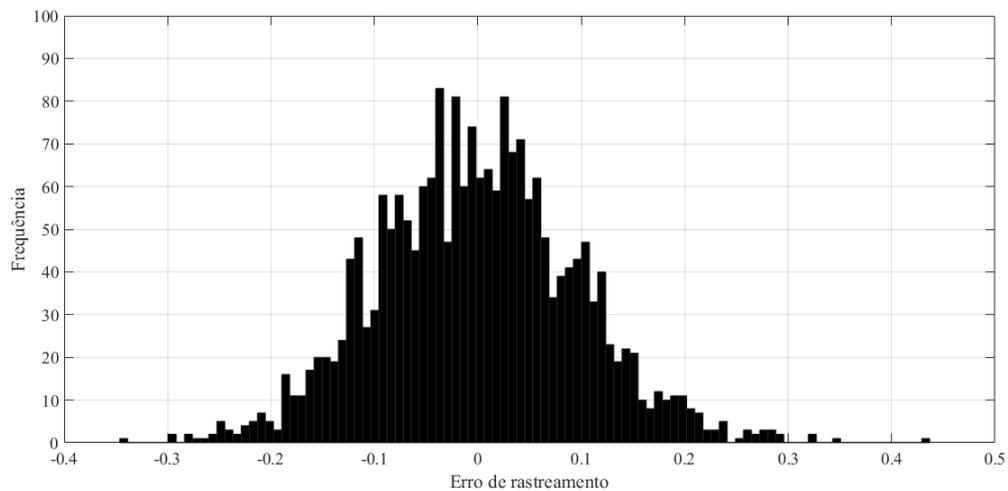


Figura 58 – Histograma do erro de rastreamento quando a planta é sujeita a diferentes valores desejados da pressão.

Com a finalidade de comparar a utilização do critério proposto, foi realizado este mesmo experimento, agora utilizando o critério do Erro Médio Quadrático (como exposto no [Apêndice A](#)). Para isto, foi ajustado empiricamente, com base nas Tabelas [19](#) e [20](#), os parâmetros deste controlador, como sendo:  $\gamma_{a_1} = 8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_{a_2} = 8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_{a_3} = 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_p = 8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_I = 8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_d = 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $N_e = 3$  e  $N = 6$ , respectivamente. As premissas adotadas são as mesmas utilizadas no critério da Máxima Correntropia.

Dessa forma, para o cálculo do erro de rastreamento do controlador utilizando o Erro Médio Quadrático, foi considerado 600 pontos deste erro durante o regime permanente em cada degrau. As medidas estatísticas deste experimento estão expostas na [Tabela 22](#).

Sendo assim, ao comparar as médias e desvios padrões do erro de rastreamento em ambos os critérios, têm-se que estes possuem erro menor que 1%. Além disso, o cálculo do Skewness demonstra que a distribuição do erro de rastreamento do controlador que utiliza o critério EMQ apresenta maior simetria do que a do MCC.

Tabela 22 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento para o critério do Erro Médio Quadrático para diferentes valores desejados da pressão.

	<b>Erro de rastreamento</b>
<b>Média</b>	-0,0018
<b>Desvio Padrão</b>	0,0951
<b>Skewness</b>	-0,0026
<b>Kurtosis</b>	3,0617

Outro ponto importante, trata-se do cálculo do Kurtosis, o qual mede o achatamento da FDP deste mesmo erro, como está medida estatística é menor que a do MCC, conclui-se uma menor concentração de informação ao redor da média. Logo, conclui-se que ambos são efetivos neste experimento, todavia o MCC pode extrair maior quantidade de informação do erro, além de exigir menor esforço para realizar a sintonia.

Em suma, os resultados similares da quantificação estatística do erro em ambos os critérios são esperados, pois, o sinal do transdutor de pressão PT-3, ponto à ser controlador, não possui pontos espúrios e baixa nível de ruído.

### 7.3.3 Experimento III

Neste experimento será analisado o funcionamento do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência quando a planta sofre alterações em suas características físicas, emuladas através de manobras na válvula de controle CV2, isto é, alterando sua secção transversal, conseqüentemente aumentando ou diminuindo a perda de carga no sistema estudado.

O resultado deste experimento está ilustrado na [Figura 59](#), em que é constatado que o aumento do ângulo da válvula de controle provoca um acréscimo na pressão do sistema controlado. Dessa forma, o mecanismo de adaptação atua de forma a atualizar os parâmetros do controlador com a finalidade de minimizar o erro de rastreamento, isto é, fazendo com que o sinal da planta convirja ao modelo de referência, como ilustrado na [Figura 42](#).

Por outro lado, a diminuição do ângulo da válvula proporcional provoca uma redução na pressão do sistema controlado, e também há atuação do mecanismo de adaptação para garantir o erro de rastreamento próximo de zero. Em ambas as situações, aumento ou diminuição da perda de carga no sistema, o maior erro é de 15,8 %.

Vale ressaltar que a transição da amplitude da ação de controle e de adaptação dos parâmetros do controlador acontecem de forma suave, devido à largura do *kernel* Gaussiano  $\sigma$  adotado no mecanismo de adaptação ( $\sigma = 15$ ).

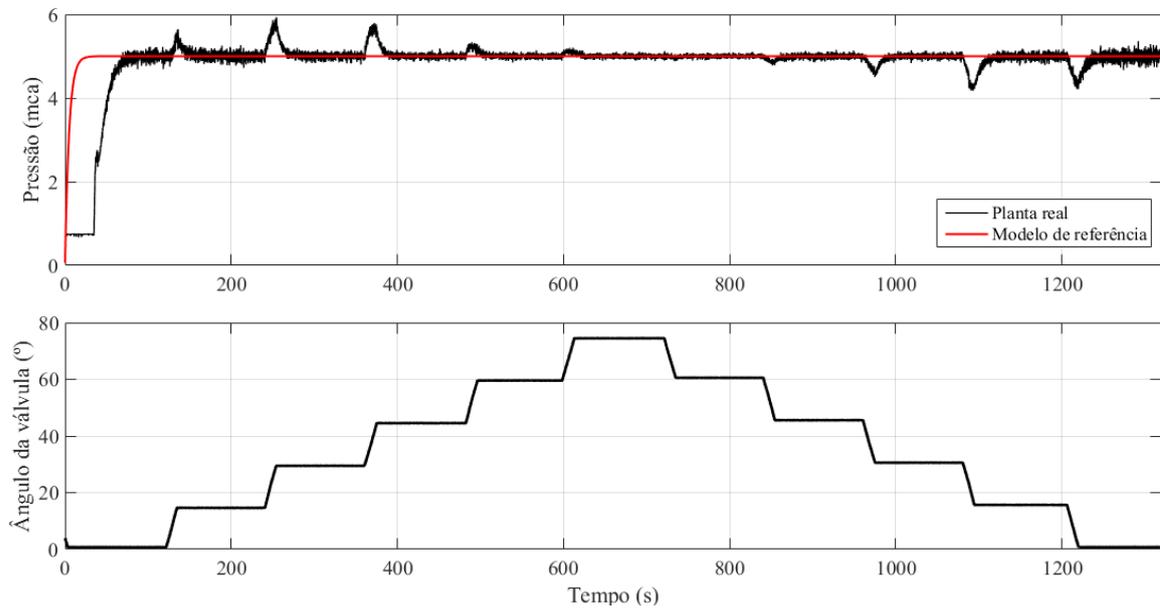


Figura 59 – Respostas do sistema controlado submetido a diferentes ângulos da válvula de controle.

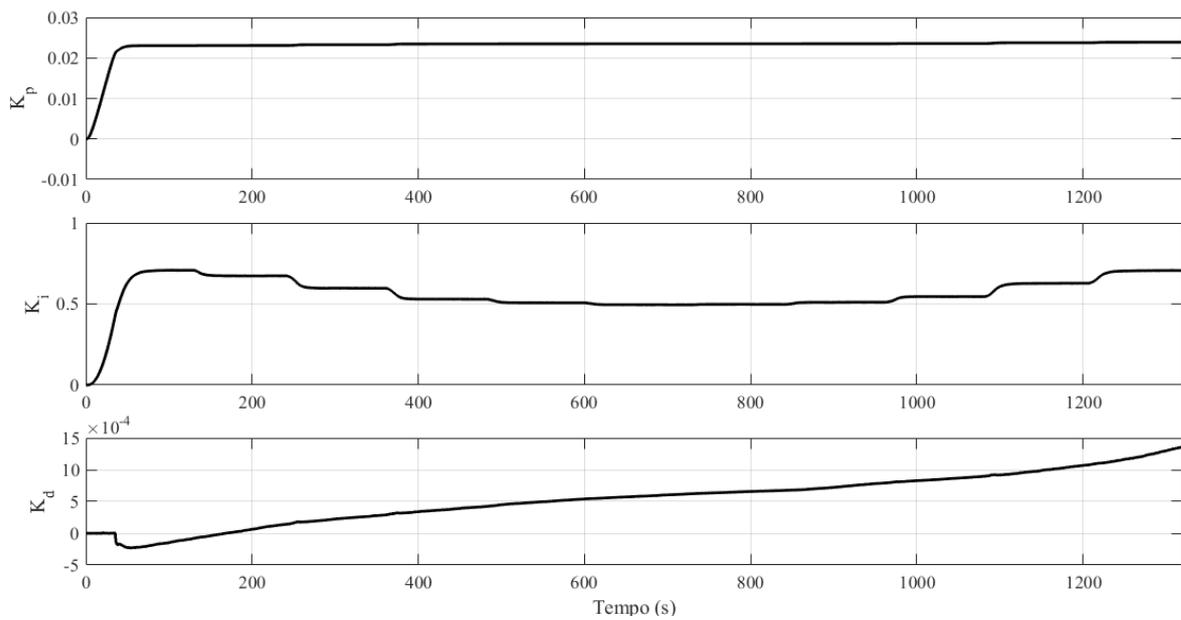


Figura 60 – Evolução dos parâmetros do controlador quando à planta sofre alteração pela mudança do ângulo da válvula de controle.

Na [Figura 61](#) está ilustrado o histograma do erro de rastreamento quando o sistema está sujeito a variação do ângulo da válvula de controle. Para tanto, foi considerado apenas o erro durante o regime permanente. As medidas estatísticas deste experimento estão expostas na [Tabela 23](#).

Tabela 23 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema está sujeito a variação do ângulo da válvula de controle (MCC).

	Erro de rastreamento
<b>Média</b>	-0,0009
<b>Desvio Padrão</b>	0,1553
<b>Skewness</b>	0,0760
<b>Kurtosis</b>	12

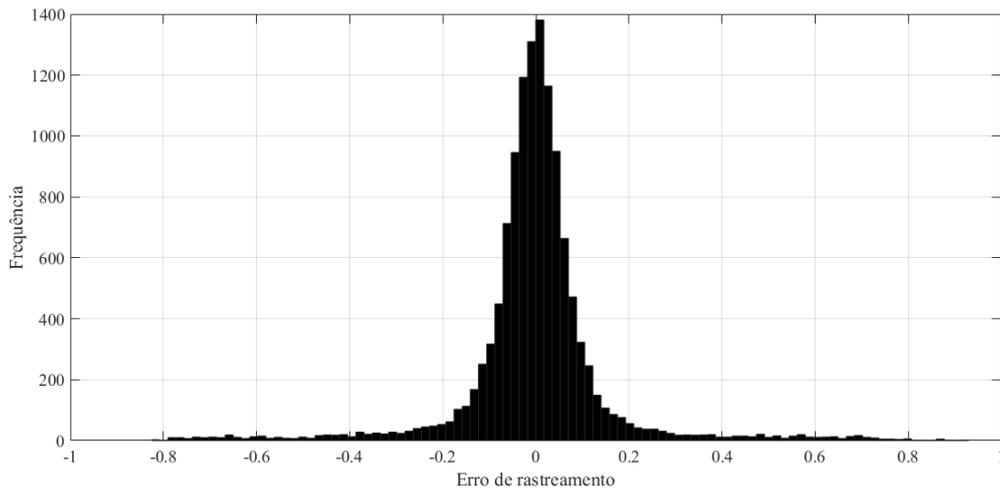


Figura 61 – Histograma do erro de rastreamento quando à planta sofre alterações pelas mudanças do ângulo da válvula de controle.

Realizando este mesmo experimento utilizando como critério o Erro Médio Quadrático, e adotando as mesmas premissas do experimento anterior para este controlador. O resultado deste experimento demonstrarem que o controlador se mantém estável em todo o processo. Com relação ao erro de rastreamento, suas medidas estatísticas estão expostas na [Tabela 24](#). Em ambas as situações, aumento ou diminuição da perda de carga no sistema, o maior erro é de 18,7 %.

Neste contexto, os resultados apresentados nas Tabelas [23](#) e [24](#) demonstram que as funções de densidade de probabilidade do erro de rastreamento, para ambos os critérios, possuem média em torno do zero, são simétricas, quantificada pelo Skewness também próximo a zero. Porém, o controlador que utilizada o Critério da Máxima Correntropia concentra menor quantidade de informação no erro de rastreamento, cujo valor de Kurtosis e desvio padrão são menores que o do controlador que utiliza o critério do Erro Médio Quadrático.

Tabela 24 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema está sujeito a variação do ângulo da válvula de controle (EMQ).

	<b>Erro de rastreamento</b>
<b>Média</b>	-0,0003
<b>Desvio Padrão</b>	0,1280
<b>Skewness</b>	0,0140
<b>Kurtosis</b>	10,5914

Portanto, conclui-se que ambos os critérios são tolerantes as variações nas características da planta através da alteração da válvula de controle. No entanto, o critério do erro médio quadrático possui a média do erro de rastreamento 3,6 vezes maior que a do critério da Máxima Correntropia, além de possuir erro máximo de rastreamento 2,9 % maior.

### 7.3.4 Experimento IV

Para avaliar a robustez do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência à *outliers*, neste experimento, será considerado que o sinal do transdutor de pressão do trecho a ser controlado está sujeito a estes valores espúrios. As premissas adotadas para neste experimento são as mesmas utilizadas no experimento anterior. O tempo total do ensaio foi de 2 minutos, onde o valor desejado da pressão é igual a 10 mca e os *outliers* foram adicionados após 1 minuto de operação, isto é, quando o sistema alcança o regime permanente.

Desse modo, nas Figuras 62, 63, 64 e 65 estão ilustradas o sinal do transdutor PT3 (sinal mensurado da planta) e o sinal do modelo de referência para quatro diferentes períodos de inserção dos *outliers*: 20, 10, 5 e 1 segundos, respectivamente. Diante disto, nota-se que o mecanismo de controle e estimação paramétrica atuam de forma a manter o sistema estável sem divergir do valor do modelo de referência. Isto comprova, mais uma vez, a tolerância do Critério da Máxima Correntropia à presença de *outliers* no sinal mensurado.

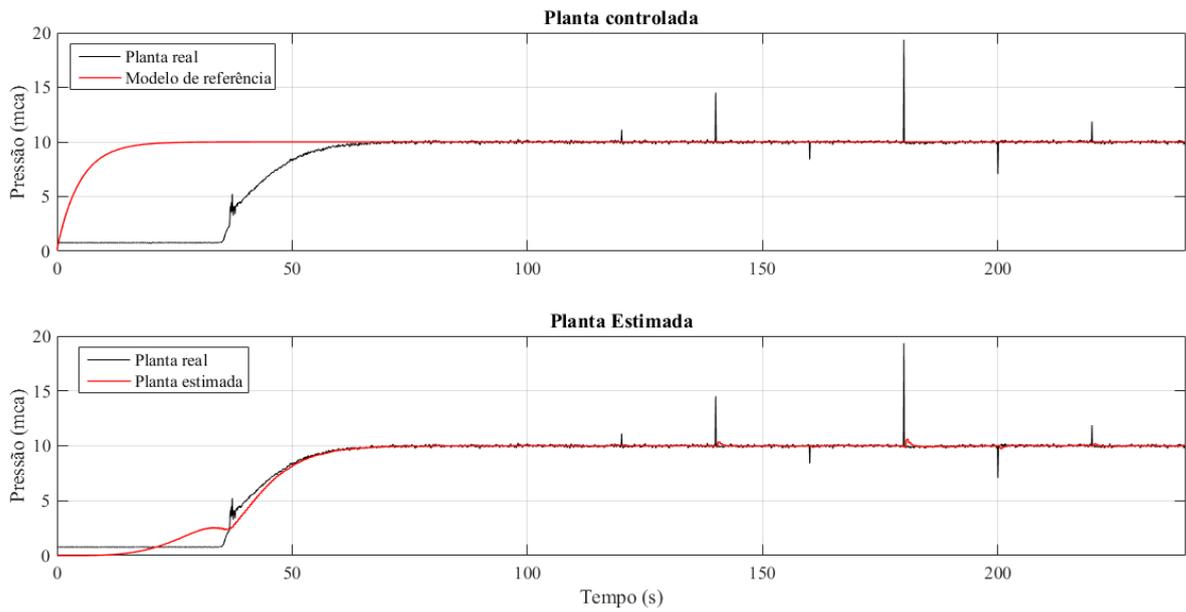


Figura 62 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a *outliers* com período de 20 segundos.

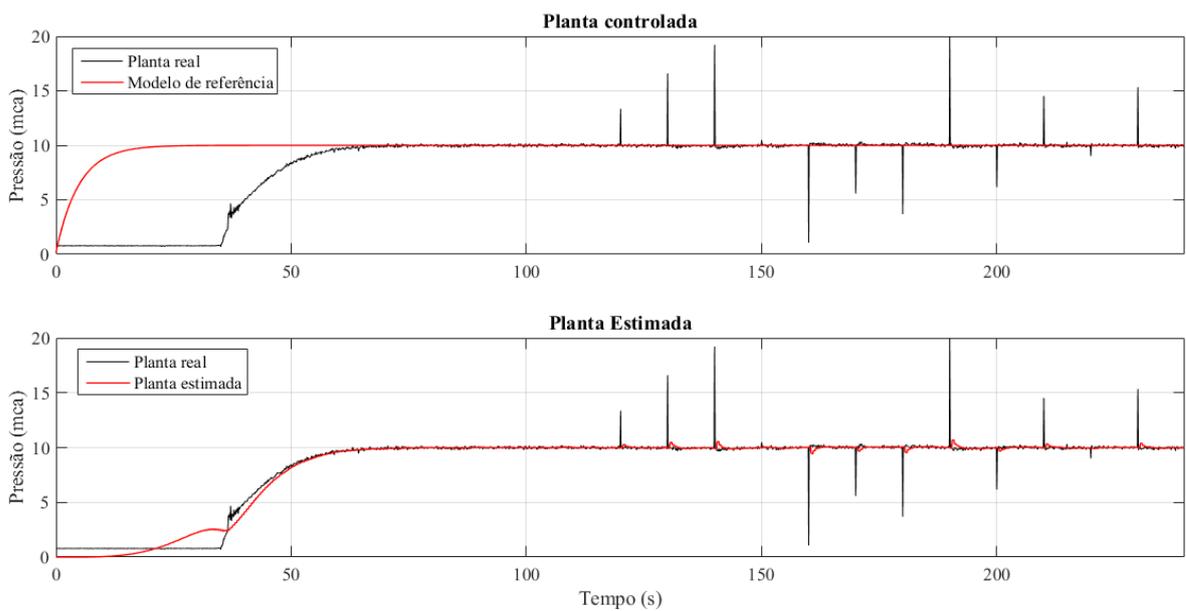


Figura 63 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a *outliers* com período de 10 segundos.

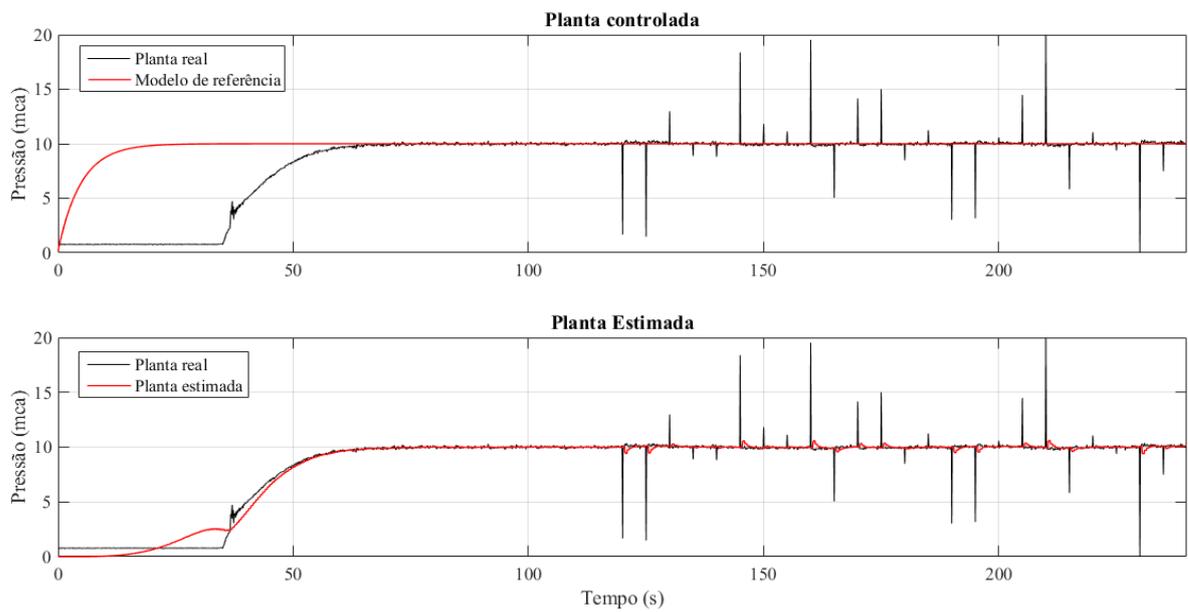


Figura 64 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a *outliers* com período de 5 segundos.

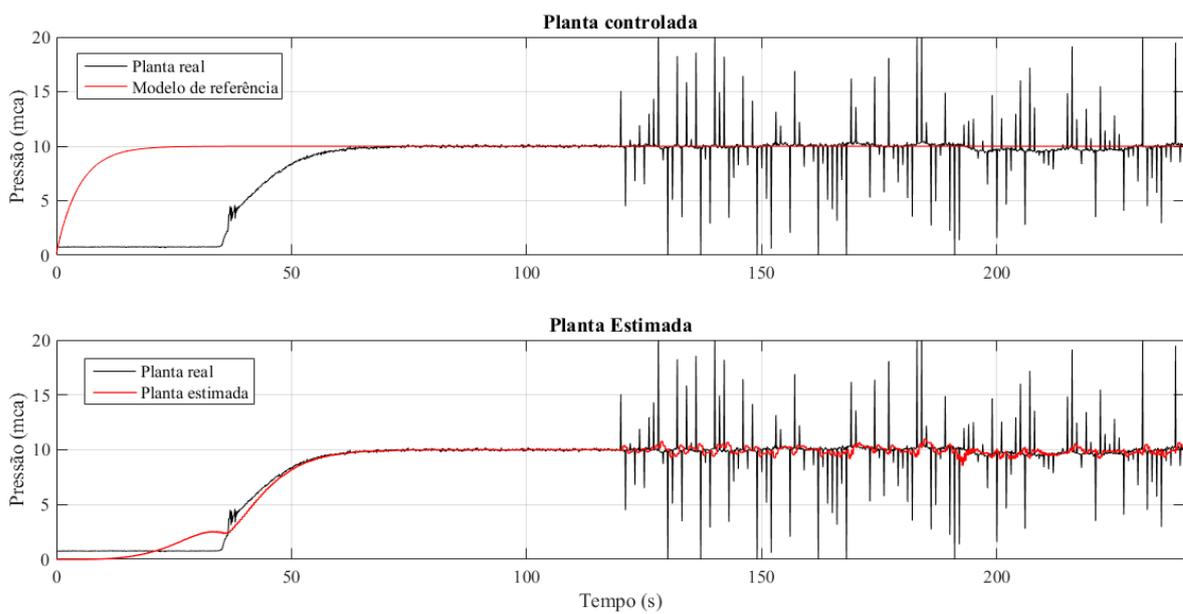


Figura 65 – Resposta da planta controlada e da planta estimada quando o sistema é submetido a *outliers* com período de 1 segundo.

Para quantificar a robustez desse controlador aos diversos períodos dos *outliers*, será calculado o erro de rastreamento no intervalo entre 60 e 240 segundos. Este procedimento permite avaliar o quão a planta controlada diverge do modelo de referência.

Os histogramas destes erros estão apresentados na [Figura 66](#) e as medidas estatísticas na [Tabela 25](#). Percebe-se, que a diminuição do período de inserção dos *outliers* provoca à simetria do sistema, quantificado pelo Skewness, aumenta o achatamento e largura do histograma. Não obstante, mantém a média do erro próximo de zero.

Tabela 25 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o Critério da Máxima Correntropia.

Período dos <i>outliers</i>	Média	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
a) 20 segundos	0,0014	0,3325	-20,1676	557,1049
a) 10 segundos	-0,0020	0,6166	-4,4129	167,4641
a) 5 segundos	0,0016	0,7881	0,4972	108,4899
a) 1 segundos	0,0965	1,6949	0,1733	21,9222

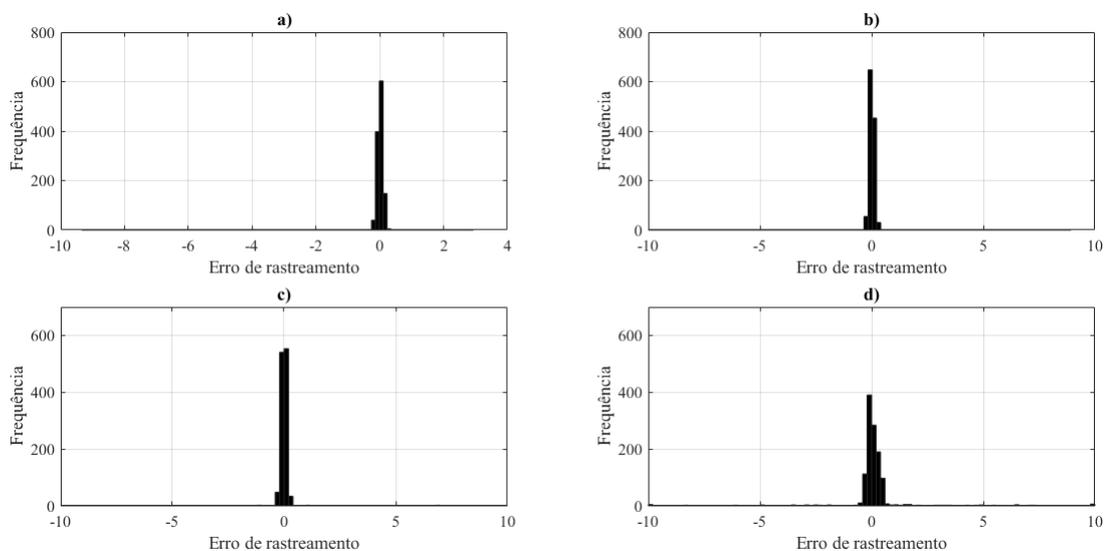


Figura 66 – Histogramas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o Critério da Máxima Correntropia.

Além disso, foi quantificado o erro de estimação paramétrica para o mesmo período. Os histogramas destes erros estão apresentados na [Figura 67](#) e as medidas estatísticas na [Tabela 26](#). Portanto, neste erro foi verificado os mesmos fenômenos estatísticos observados no erro de rastreamento, contudo, em menor escala. Logo, demonstrando que o processo de identificação absorve às não linearidades impostas pela inserção dos *outliers*. Como o sinal do controlador depende do sinal da planta identificada, esta absorção é imprescindível para que o sinal do controlador se mantenha estável.

Tabela 26 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o Critério da Máxima Correntropia.

Período do <i>outlier</i>	Média	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
a) 20 segundos	0,0026	0,0610	-4,3893	39,8558
a) 10 segundos	0,0003	0,1091	-1,1322	15,2681
a) 5 segundos	0,0015	0,1385	0,3019	9,5433
a) 1 segundos	0,1023	0,3477	-0,1216	3,1224

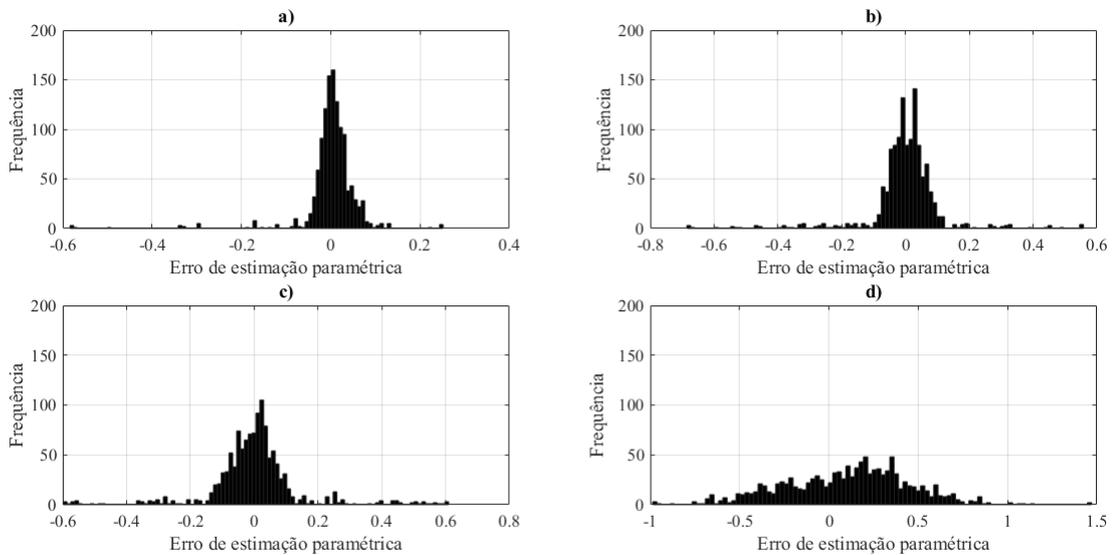


Figura 67 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o Critério da Máxima Correntropia.

Neste sentido, tanto para o erro de estimação paramétrica, quanto para o erro de rastreamento, no pior cenário, o erro máximo de rastreamento e de estimação paramétrica são de 5% e 10%, respectivamente. Apesar de haver alguns pontos de divergência, o controlador consegue manter o sistema estável.

Para demonstrar graficamente o processo de minimização do erro de rastreamento foi considerado a Métrica Induzida por Correntropia. Para tanto, utilizaram-se os dados do pior caso da ação dos *outliers*, a curva da planta controlada da Figura 65. Considere a Equação (7.8), em que o vetor  $X = \{10\}$  é o valor em regime estacionário do modelo de referência,  $Y$  é o vetor de valores do sinal do transdutor PT3 presente na planta durante o período em que os *outliers* são inseridos (de 60 a 240 segundos) e  $\sigma = 15$ . Tem-se:

$$CIM(10, Y) = \left( 0,027 - 0,027 \cdot \exp\left(-\frac{(10 - Y)^2}{2 \cdot (0,027)^2}\right) \right)^{1/2} \quad (7.8)$$

A representação gráfica da solução da Equação (7.8) está ilustrada na Equação

Figura 68. Constata-se que a largura do *kernel* adotada,  $\sigma = 15$ , possibilita apenas o surgimento da região de transição e euclidiana na métrica CIM. Durante os experimentos, avaliou-se valores menores da largura de *kernel*, porém, estes valores causaram a instabilidade à planta controlado, devido às limitações computacionais da bancada experimental.

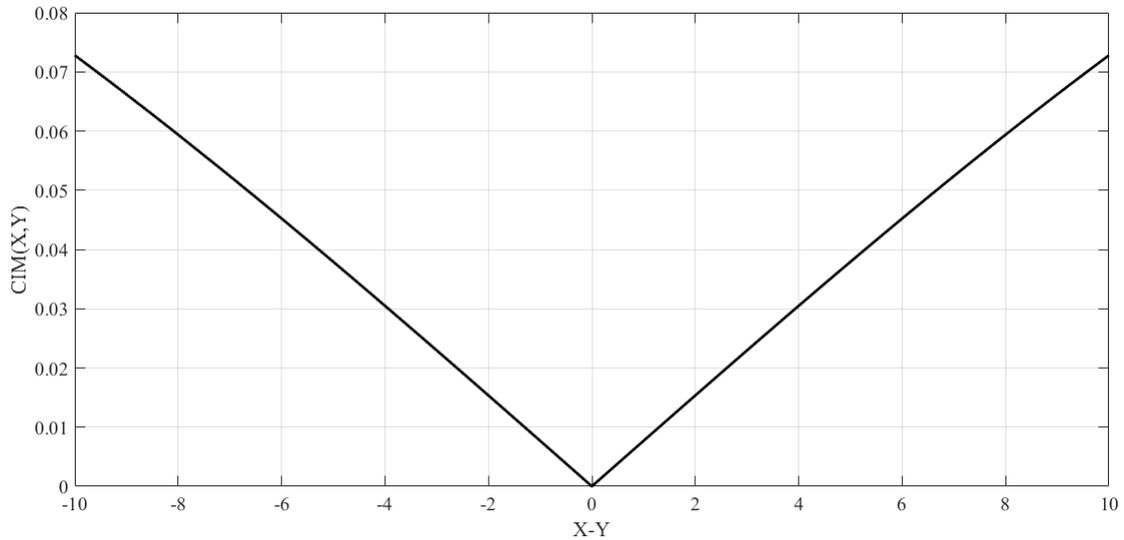


Figura 68 – Medida da CIM para o erro de estimação paramétrica.

Sobre outra perspectiva, foi realizado estes mesmos ensaios, agora utilizando como critério dos blocos de estimação paramétrica e adaptação do controlador o Erro Médio Quadrático (como detalhado no Apêndice A). Os resultados obtidos estão expostos nas Figuras 69, 70, 71 e 72.

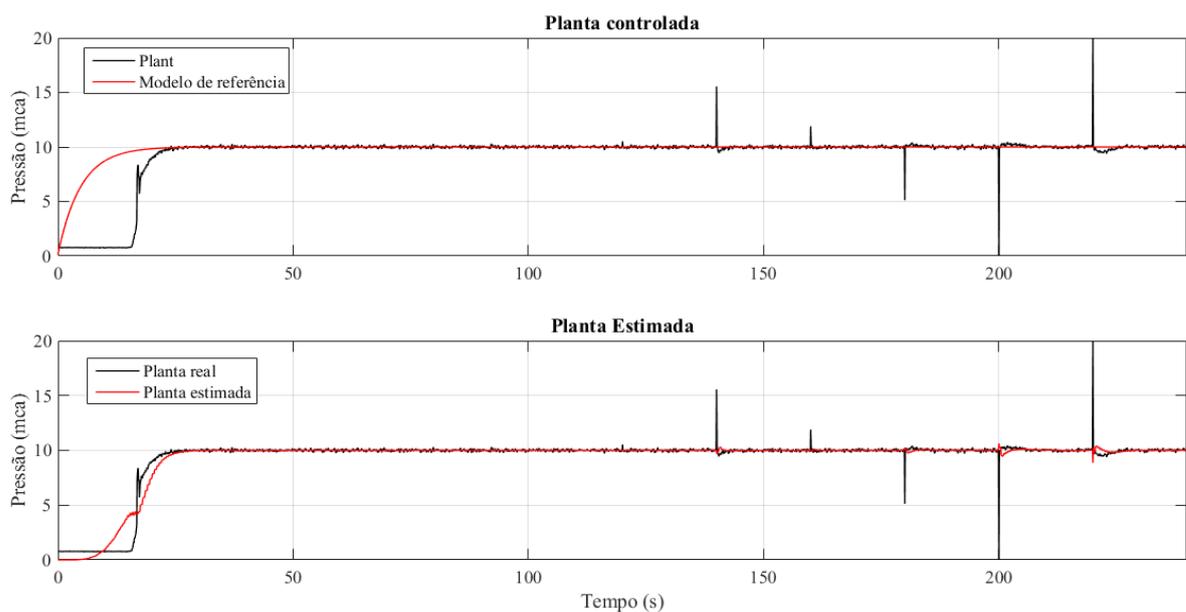


Figura 69 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à *outliers* com período de 20 segundos.

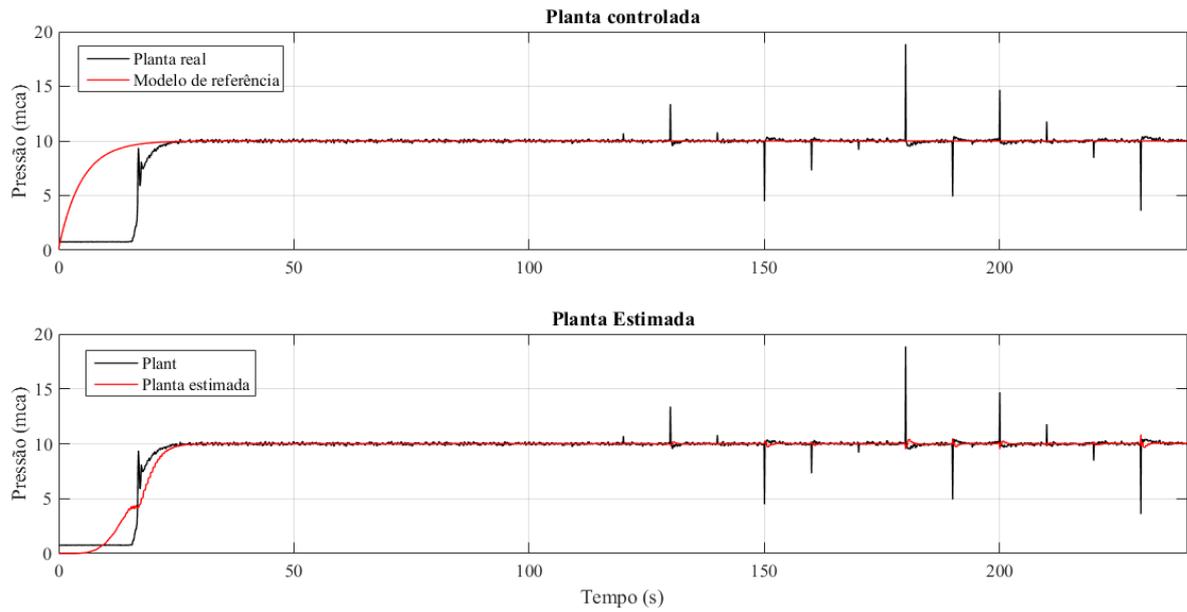


Figura 70 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à outliers com período de 10 segundos.

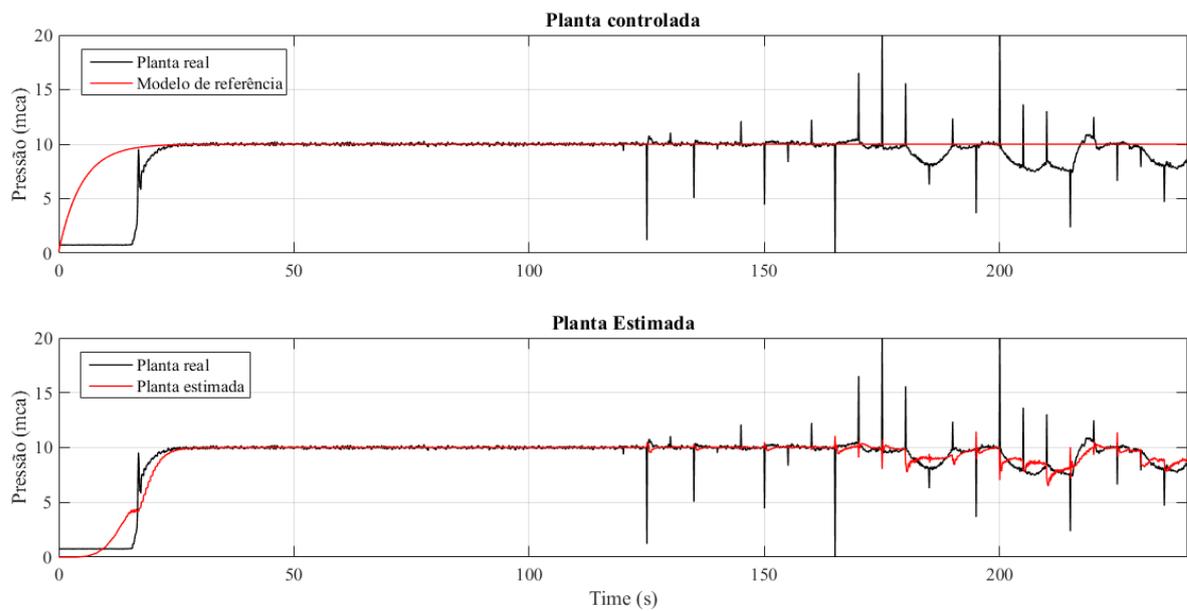


Figura 71 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à outliers com período de 5 segundos.

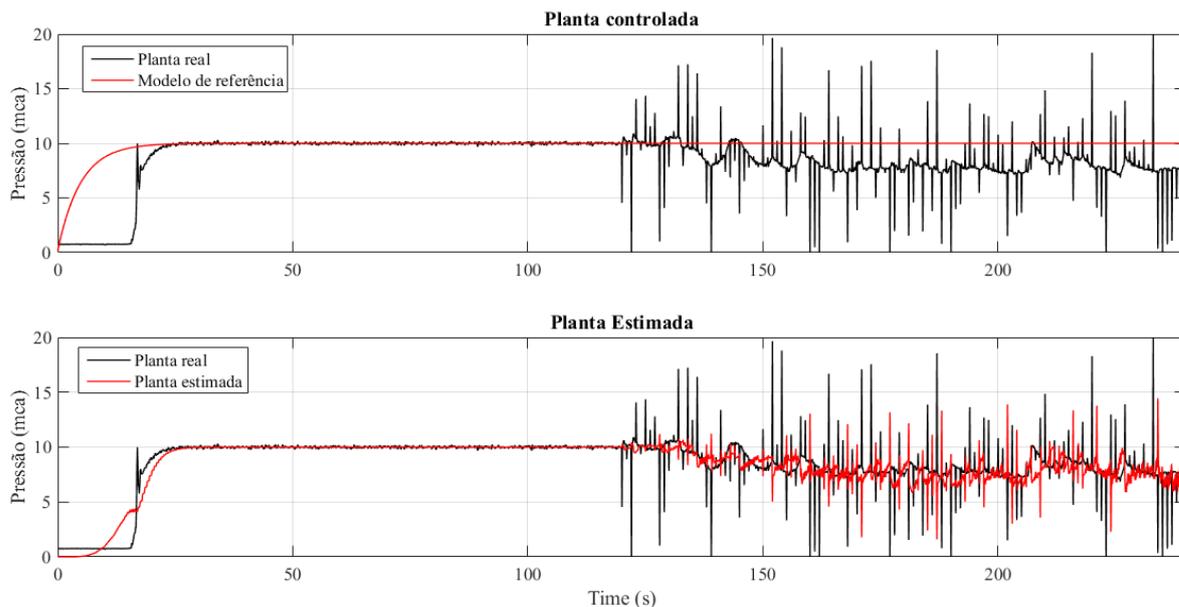


Figura 72 – Resposta da planta controlada e da planta estimada utilizando o critério do EMQ quando o sistema é submetido à outliers com período de 1 segundo.

Para quantificar a tolerância deste controlador, o qual utiliza o critério do Erro Médio Quadrático, aos diversos períodos de outliers impostos, foi realizada a mesma análise estatística abordada no critério anterior. Na Figura 73 está ilustrado o histograma do erro de rastreamento, cuja as medidas estatísticas estão expostas na Tabela 27.

As medidas estatísticas expostas na Tabela 27 demonstram que a diminuição do período de inserção de outliers provoca o achatamento e alargamento do histograma e torna-o simétrico. Ainda assim, mantém a média do erro próximo de zero, contudo, durante o pior caso, ou seja, quando os valores espúrios são inseridos a cada 1 segundo, o valor médio do erro é cerca de cem vezes maior do que a do experimento anterior (inserção de outliers a cada 5 s).

Tabela 27 – Medidas estatísticas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de outliers para o critério do EMQ.

Período do outliers	Média	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
a) 20 segundos	0,0013	0,4818	-0,4504	333,4456
a) 10 segundos	-0,0044	0,4484	-2,3653	208,6986
a) 5 segundos	0,5031	1,1405	0,0229	24,1026
a) 1 segundos	1,6478	1,8276	-0,4295	14,3544

Ademais, foi quantificado o erro de estimação paramétrica para este mesmo critério no período em que o sistema é submetido aos outliers. Os histogramas destes erros estão apresentados na Figura 74 e suas medidas estatísticas expostas na Tabela 28.

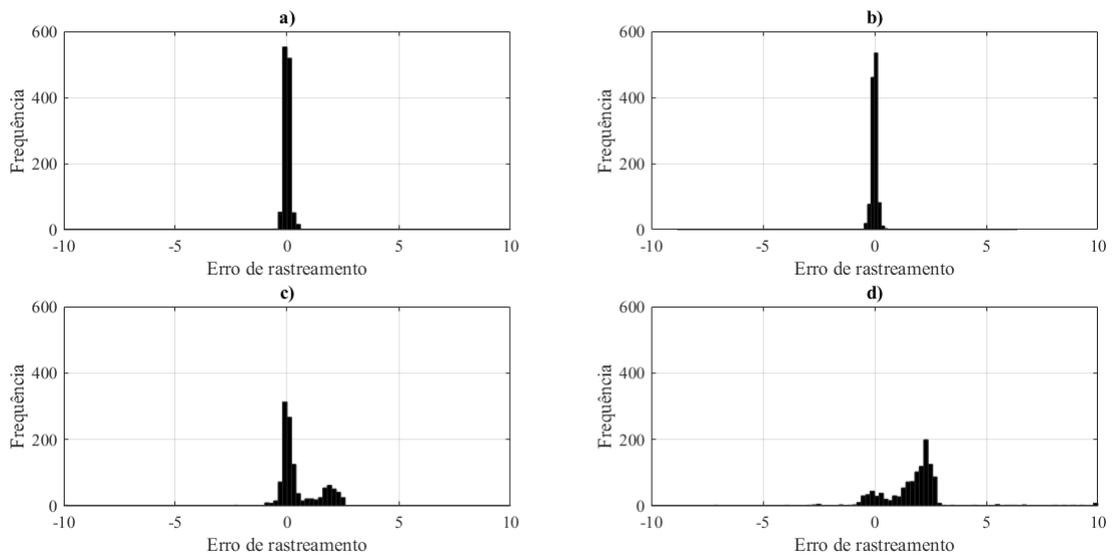


Figura 73 – Histogramas do erro de rastreamento quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o critério do EMQ.

Nesta situação, diferente do erro de rastreamento, a média do erro de estimação se distancia do zero, bem como há um acentuado achatamento e espalhamento nos histogramas dos dois últimos casos. Isto ocasiona a instabilidade do sistema controlado, já que o mecanismo de adaptação depende dos parâmetros estimados.

Tabela 28 – Medidas estatísticas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o critério do EMQ.

Período do <i>outliers</i>	Média	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
a) 20 segundos	0.0029	0.0800	2.8221	49.5350
a) 10 segundos	-0,0004	0,0698	-1,1177	32,0377
a) 5 segundos	0.4925	0.7190	1,2010	3,9324
a) 1 segundos	1.8365	1,2868	-0,1600	5,7565

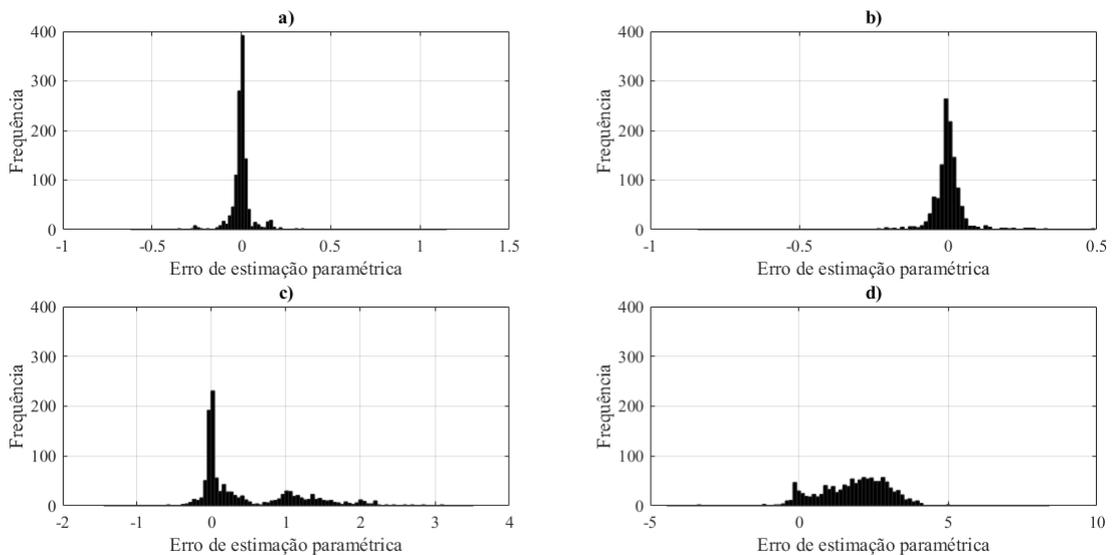


Figura 74 – Histogramas do erro de estimação paramétrica quando o sistema é submetido a diferentes períodos de *outliers* para o critério do EMQ.

Em vista dos resultados apresentados, constata-se que o Controlador Adaptativo que utiliza o critério da Máxima Correntropia é mais robusto à presença de *outliers* no sinal mensurado do que o controlador que faz uso do Erro Médio Quadrático, como pode ser visto pelos resultados apresentados nas Tabelas 25, 26, 27 e 28.

A tolerância a valores espúrios ocorre devido à fórmula matemática com decaimento exponencial do erro do *kernel* Gaussiano utilizado no Critério da Máxima Correntropia, logo quando erro tende a infinito, como no caso dos *outliers*, este decaimento atribui um valor mínimo no parâmetro à ser adaptado. A interpretação geométrica deste fato é apresentado nas Figuras 49 e 68, devido à largura de *kernel* adotada, possibilitou apenas o surgimento da região de transição e euclidiana.

Outro ponto importante, é a capacidade de agregar informação do MCC, como pode ser visto nos valores das médias e desvios padrões calculados, onde apesar do controle que utilizado o critério EMQ apresentar valores médios próximos aos do controlador que utilizado o critério MCC. Por outro lado, para os períodos mais curtos da inserção de *outliers*, este possui maior desvio padrão, isto é, comprovando que o critério EMQ é menos eficiente ao ser comparado ao MCC.

## 7.4 Discussões e considerações

Neste capítulo foi apresentado os resultados das simulações do controlador adaptativo por modelo de referência indireto utilizando o Critério da Máxima Correntropia com *kernel* Gaussiano, em que a sintonia do controlador consiste na definição do tamanho da janela de observação e da largura do *kernel*, tanto para o algoritmo de controle quanto para o de estimação *online* dos parâmetros da planta.

O ajuste da largura do *kernel* está diretamente relacionada aos pesos dos momentos estatísticos da FDP do erro mensurado por este critério, logo ao reduzir o valor desta largura, estou maximizando a quantidade de informação contida nesta distribuição que será utilizada para atualizar os parâmetros do controlador. Já o tamanho da janela de observação relaciona a quantidade de pontos utilizadas para à formação do *kernel*, isto é, a taxa de atualização dos parâmetros estimados da planta e do controlador. Isto pode ser observado nas Tabelas 12 e 17, em que o algoritmo é mais sensível à variação da largura do *kernel*.

Vale salientar, que a adoção excessivamente pequena da largura do *kernel* pode ocasionar instabilidade e/ou oscilações durante o regime transitório do sistema controlado, pois, a torna muito sensível à variação do erro. No entanto, valores excessivamente grandes provocam a perda de informação, pois, aproxima a FDP do erro a uma gaussiana, tornando irrelevante as contribuições das informações dos momentos estatísticos de ordem superior.

Por conseguinte, o ajuste destas duas constantes permite ao projetista determinar o comportamento temporal da resposta do sistema controlado, conforme pode ser visto na Tabela 18. Além disso, o controlador mostrou-se robusto a variação do valor de referência (observe a Figura 56), alteração nas características da planta, divergindo em no máximo 15% durante os períodos de mudança (como ilustrado na Figura 59) e quando a planta é sujeita a *outliers* (como ilustrado nas Figuras 62, 63, 64 e 65), em todos os casos demonstrando sobrevalor percentual menor que 5% e erro em regime estacionário menor que 2%.

Com relação ao mecanismo de otimização, o método do gradiente, este possui limitações enquanto à localização do ótimo global, ocasionando em alguns casos a instabilidade do sistema ou a convergência demasiadamente lenta. Este fato ocorre, pois, a largura do *kernel* e janela de observação são fixas, impossibilitando que o mecanismo de otimização deixe o ótimo local e busque o ótimo global.

Por fim, o aumento da carga computacional exigida, devido à presença de cálculo de exponenciais, é balanceada pela redução do número de parâmetros que precisam ser ajustados, como no caso do uso do critério do erro médio quadrático, o qual o número de constantes a serem ajustadas é proporcional a quantidade de parâmetros do controlador e ordem do modelo adotado no algoritmo de estimação.

# 8 Conclusões e Recomendações

## 8.1 Conclusões

Este trabalho apresenta uma metodologia para a sintonia de um controlador PID Adaptativo Indireto por Modelo de Referência para regular a pressão em uma rede de abastecimento de água experimental através do ajuste da velocidade de rotação do conjunto motobomba.

Em vista dos resultados obtidos e conhecendo as limitações já listadas na [Tabela 1](#) de outras técnicas de controle (Fuzzy, Redes Neurais Artificiais, PID e Modelo Preditivos) usadas no controle da pressão em um sistema de abastecimento de água, é constatado as seguintes vantagens da utilização do controlador proposto:

- ✓ Não depende de um especialista para determinar as regras que delimitam a atuação do controlador. Logo, caso o sistema mude drasticamente sua dinâmica, o IMRAC-PID-MCC pode se adaptar de modo a reduzir o erro à zero. Fato que não aconteceria na utilização de um controlador baseado em lógica Fuzzy, o qual perderia a sintonia em consequência da falta de conhecimento dos novos valores pelas regras fixas;
- ✓ O IMRAC-PID-MCC realiza a identificação do sistema e a atualização dos parâmetros do controlador em tempo real. Portanto, não necessita de um conjunto de dados prévio para realizar estas funções, como no caso dos controladores que utilizando RNA. Este fato é importante, pois, em muitos sistemas de bombeamento de água não há uma série história das variáveis do processo, como: perfil de consumo de água, pressão na saída do sistema, variação no nível do reservatório e horários em que a bomba foi acionada ou não;
- ✓ Por utilizar um modelo de referência, ou seja, um perfil de resposta temporal previamente bem definido, o IMRAC-PID-MCC faculta o conhecimento da equação matemática que modela o sistema para realizar a sintonia do controlador, como nos casos da utilização do controlador PID e por Modelo Preditivo.

Ao comparar a resposta do controlador utilizando o Critério da Máxima Correntropia em contraponto ao critério do Erro Médio Quadrático é constatado que a utilização do MCC reduz a quantidade de parâmetros a serem ajustados para a sintonia do controlador adaptativo, enquanto o EMQ necessitaria ajustar 8 parâmetros, 4 do mecanismo de estimação paramétrica e 4 do mecanismo de adaptação, o critério do MCC utiliza apenas 4 de maneira fixa, isto é, independente da quantidade de variáveis que há no processo, sendo

apenas ajustado a janela de observação e a largura do kernel para ambos os mecanismos presentes no controlador.

Além disso, quando ambos os controladores são sujeitos a mudança no valor de referência e variação no ângulo da VRP, apresentaram valores quantitativos do erros similares em todos os casos, exceto quando há presença acentuada de *outliers*. Este resultado é esperado, pois, para erros próximos de zero, a ponderação dos momentos estatísticos do Critério da Máxima Correntropia se aproxima do Erro Médio Quadrático.

Por outro lado, quando o período de inserção de *outliers* é reduzido, a utilização do EMQ como critério apresenta baixo desempenho, pois, a presença destes sinais espúrios são absorvidas pelos mecanismos adaptativos e introduzida ao modelo estimado e a adaptação do controlador, logo no pior caso,  $T = 1$  s, o controlador perde a sintonia, enquanto o que utiliza o MCC, apesar de sofrer influência, converge ao valor do modelo de referência.

A robustez do controlador que utiliza o Critério da Máxima Correntropia a *outliers*, permite que o sistema se mantenha estável em casos onde o transdutor do ponto a ser controlado apresenta avaria e, conseqüentemente, há falha no sinal mensurado. Em casos dos sistemas de abastecimento de água, essas falhas na transmissão do sinal pode ser provocado por interferência eletromagnética dos motores da estação de bombeamento, dano no cabo ou conector consequência de vibrações excessivas.

A utilização das métricas ISE, ITAE, IAE e MAPE para quantificar outra métrica, neste caso, a Correntropia, serve para equiparar a quantificação do erro do controlador que utiliza o MCC e o EMQ. Os resultados demonstraram que as métricas clássicas apresentaram melhor desempenho no controlador que utiliza o critério do EMQ, pois, este é favorecido por utilizar velocidades de adaptação individuais em cada parâmetro a ser atualizado, conseqüentemente reduzindo a resposta em regime transitório. Todavia, quando o erro é quantificado pela Correntropia em termos percentuais, é observado uma similaridade nos valores obtidos em ambos os controladores, fato esperado, pois, o controlador que utiliza o MCC se aproxima do EMQ para erro em regime permanente próximo de zero.

Outro ponto importante, trata-se das limitações encontradas durante os experimentos realizados. A principal delas é a limitação do algoritmo de otimização, método do gradiente, pois, este, em alguns casos ficaram presos em um ótimo local, conduzindo a planta a instabilidade. Além disso, a escolha da largura do *kernel* gaussiano e janela de observação do mecanismo de estimação impactam diretamente na velocidade de convergência do controlador, visto que o mecanismo de adaptação depende da estimação paramétrica do sistema. Logo, exigindo uma carga computacional maior, devido a estes dois mecanismos.

Em suma, fica evidente a eficácia da metodologia proposta para sistemas de abastecimento de água, visto que o controle da pressão é fundamental para redução de

custos com energia e danos nos ductos em toda rede de abastecimento. Além disso, está metodologia traz confiabilidade na operação, tendo em vista a sua robustez à interferência no sinal transmitido, mantendo o sistema estável.

## 8.2 Recomendações

Diante das limitações encontradas com a utilização do método do gradiente como algoritmo de otimização, sugere-se a utilização de outros métodos como: enxame de partículas, algoritmos genéticos e evolutivos para localização do ótimo global.

Os valores fixos da largura do *kernel* gaussiano e janela de observação é outra limitação encontrada neste trabalho. Sugere-se o estudo de um mecanismo que possibilite a adaptação destes parâmetros. Esta investigação é importante, pois, em muitos casos, o algoritmo de otimização fica preso em um ótimo local, consequentemente diminuindo a eficácia do controlador.

Diante da robustez da utilização do Critério da Máxima Correntropia à *outliers*, é proposto o estudo de um detector de *outliers*, para alertar o usuário quando o sinal de comunicação do sensor estiver sofrendo altos níveis desta interferência.

Por fim, propõe-se a comparação do Controle Adaptativo Indireto por Modelo de Referência com o Controle Adaptativo Direto por Modelo de Referência, utilizando o mesmo critério e algoritmo de otimização. Esta pesquisa teria por finalidade avaliar o efeito na convergência da ausência do mecanismo de estimação paramétrica e aproximação do modelo de referência a planta controlada.

## Referências

- ANJANA, G.; KUMAR, M. M.; AMRUTUR, B. Comparison of different controllers for equitable water supply in water networks. *Computing and Control for the Water Industry*, 2017. Citado na página 3.
- ASSENZA, A.; VALLE, M.; VERLEYSEN, M. A comparative study of various probability density estimation methods for data analysis. *International journal of computational intelligence systems*, Taylor & Francis, v. 1, n. 2, p. 188–201, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive control*. [S.l.]: Courier Corporation, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 11, 37, 40, 41 e 42.
- BARRETO, V. et al. Desenvolvimento de um controlador fuzzy para controle de pressão em sistemas de abastecimento de água. 2016. Citado na página 9.
- BAUNSGAARD, K. M. H. et al. Mpc control of water supply networks. In: IEEE. *2016 European Control Conference (ECC)*. [S.l.], 2016. p. 1770–1775. Citado na página 8.
- BESSA, R. J.; MIRANDA, V.; GAMA, J. Entropy and correntropy against minimum square error in offline and online three-day ahead wind power forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 24, n. 4, p. 1657–1666, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 25.
- BRASIL; (MCIDADES), M. das C. *Secretaria Nacional de Saneamento Ambiental. Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento. Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgotos, 2015*. [S.l.]: SNSA/MCIDADES Brasília, 2017. Citado na página 1.
- BROGAN, A. et al. Improving variable-speed pumping control to maximize savings. *ASHRAE Transactions*, v. 122, n. 2, 2016. Citado na página 2.
- CAMBOIM, W. L. L. et al. Aplicações de técnicas de controle fuzzy em sistemas de abastecimento de água visando melhoria no rendimento energético e hidráulico. Universidade Federal da Paraíba, 2012. Citado na página 7.
- CARMONA-PAREDES, R. B.; CARMONA-BENÍTEZ, R. B. Pressure management in water distribution systems using a self-tuning controller to distribute the available potable water with equality. *Water resources management*, Springer, v. 32, n. 5, p. 1651–1673, 2018. Citado na página 10.
- CARVALHO, P. S. O. d. et al. Controle para bombeamento distribuído com vistas à minimização dos custos energéticos aplicado a sistemas de abastecimento de água. Universidade Federal da Paraíba, 2012. Citado na página 7.
- CHEN, B. et al. *System parameter identification: information criteria and algorithms*. [S.l.]: Newnes, 2013. Citado na página 56.
- CUNHA, E. N.; DÓREA, C. E. T. Modelagem, simulação e controle do sistema de abastecimento de água do campus da universidade federal do rio grande do norte.

*Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 4, n. 1, 2016. Citado na página 9.

DIAMANTIS, M. et al. Identification and adaptive control for open channel water flow systems. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Wiley Online Library, v. 26, n. 6, p. 464–480, 2011. Citado na página 6.

DING, C.; CAO, L. Self-adaptive fuzzy pid controller for water supply system. In: IEEE. *2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*. [S.l.], 2010. v. 3, p. 311–314. Citado na página 6.

DINIZ, A. B. N. et al. Eficiência hidroenergética na aplicação de um controlador pid na operação de sistema de bombas em paralelo. 2016. Citado na página 8.

DINIZ, M. et al. Controle inteligente da pressão hidráulica com Ênfase na eficiência energética. In: . [S.l.: s.n.], 2019. Citado na página 11.

DUMONT, G. A.; HUZMEZAN, M. Concepts, methods and techniques in adaptive control. In: IEEE. *Proceedings of the 2002 American control conference (IEEE Cat. No. CH37301)*. [S.l.], 2002. v. 2, p. 1137–1150. Citado na página 41.

ELÉTRICA, E. A. E. de E. no ano base de 2017. *EPE: Rio de Janeiro, Brazil*, 2018. Citado na página 1.

ESQUEF, I. Técnicas de entropia em processamento de imagens. *Rio de Janeiro: Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas*, 2002. Citado na página 26.

FANG, X. et al. Design and implementation of constant pressure water supply monitoring system based on stm32. In: IEEE. *2017 IEEE 17th International Conference on Communication Technology (ICCT)*. [S.l.], 2017. p. 1487–1491. Citado na página 9.

FILHO, E. G. d. B. et al. Sistema inteligente para o controle de pressão de redes de distribuição de água abastecidas por bombas associadas em paralelo. Universidade Federal da Paraíba, 2016. Citado na página 9.

FLORES, T. et al. Controle inteligente aplicado a sistemas hidráulicos com demanda variável. In: . [S.l.: s.n.], 2019. Citado na página 11.

FLORES, T. K. et al. Fuzzy pressure control system in water supply networks with series-parallel pumps. In: IEEE. *2019 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*. [S.l.], 2019. p. 1–6. Citado na página 11.

GAO, G.; CAO, D. Design of constant pressure water supply system for a residential district based on plc. In: IEEE. *2016 IEEE International Conference of Online Analysis and Computing Science (ICOACS)*. [S.l.], 2016. p. 33–35. Citado na página 8.

GOMES, H. P. Sistemas de bombeamento. *João Pessoa, Editora Universitária UFPB*, 2009. Citado 10 vezes nas páginas 7, 1, 6, 14, 15, 17, 18, 19, 20 e 21.

GRAMACKI, A. *Nonparametric kernel density estimation and its computational aspects*. [S.l.]: Springer, 2018. Citado na página 30.

- GROSSO, J.; OCAMPO-MARTÍNEZ, C.; PUIG, V. Adaptive multilevel neuro-fuzzy model predictive control for drinking water networks. In: IEEE. *2012 20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)*. [S.l.], 2012. p. 1548–1553. Citado na página 7.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust adaptive control*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 37, 38, 40 e 56.
- JACKSON, E. K. et al. Introductory overview: Error metrics for hydrologic modelling—a review of common practices and an open source library to facilitate use and adoption. *Environmental modelling & software*, Elsevier, v. 119, p. 32–48, 2019. Citado na página 59.
- JÁCOME, I. C. *Controle adaptativo por modelo de referencia e estrutura variável discreto no tempo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013. Citado na página 38.
- JENSEN, T. N. et al. Iterative learning pressure control in water distribution networks. In: IEEE. *2018 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. [S.l.], 2018. p. 583–588. Citado na página 10.
- JOSEPH, A.; ISAAC, J. S. et al. Real time implementation of model reference adaptive controller for a conical tank. *International Journal on theoretical and applied research in Mechanical Engineering*, v. 2, n. 1, p. 57–62, 2013. Citado na página 7.
- KALLESØE, C. S.; JENSEN, T. N.; WISNIEWSKI, R. Adaptive reference control for pressure management in water networks. In: IEEE. *2015 European Control Conference (ECC)*. [S.l.], 2015. p. 3268–3273. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 37.
- KANGWANRAT, S.; TIPSUWANNAPORN, V.; NUMSOMRAN, A. Design of pi controller using mrac techniques for coupled-tanks process. In: IEEE. *ICCAS 2010*. [S.l.], 2010. p. 485–490. Citado na página 37.
- LEIRENS, S. et al. Coordination in urban water supply networks using distributed model predictive control. In: IEEE. *Proceedings of the 2010 American Control Conference*. [S.l.], 2010. p. 3957–3962. Citado na página 6.
- LI, S.; LIU, L.; CHEN, D. Fuzzy control and simulation of the constant pressure water supply system for small-type water works. In: IEEE. *Proceedings of 2011 International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology*. [S.l.], 2011. v. 1, p. 117–120. Citado na página 6.
- LINJIE, J.; YAN, C.; GAOQI, F. The design of constant pressure water supply system based on abb inverter. *Procedia Engineering*, Elsevier, v. 15, p. 436–442, 2011. Citado na página 2.
- LIU, D. et al. Distributed zone mpc of pressure management for water distribution network systems. *IET Control Theory & Applications*, IET, v. 13, n. 11, p. 1704–1717, 2019. Citado na página 10.
- LIU, D. et al. Zone model predictive control for pressure management of water distribution network. *Asian Journal of Control*, Wiley Online Library, 2019. Citado na página 10.

- LIU, D.-M.; LI, S.-Y. Predictive zone control of pressure management for water supply network systems. *International Journal of Automation and Computing*, Springer, v. 13, n. 6, p. 607–614, 2016. Citado na página 8.
- MENDONÇA, K. P. et al. Sistema de controle fuzzy na operação otimizada de redes setorizadas com bombeamento direto. Universidade Federal da Paraíba, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 9.
- MERRIAM-WEBSTER. *information theory*. 2020. <<https://www.merriam-webster.com/dictionary/information%20theory>>. Citado na página 26.
- MORATORI, P. et al. Melhorando a eficiência de um sistema de controle de abastecimento de água utilizando sistemas nebulosos. *XIII Encontro Nacional de Inteligência Artificial e Computacional. SBC ENIAC*, 2016. Citado na página 9.
- MOREIRA, H.; VILLANUEVA, J.; GOMES, H. Controle inteligente aplicado à um sistema de bombeamento de água. In: . [S.l.: s.n.], 2019. Citado na página 11.
- MOURA, G. d. A. et al. Sistemas de controle fuzzy neural e neural adaptativo destinados ao controle de pressão em rede de distribuição de água. Universidade Federal da Paraíba, 2016. Citado na página 9.
- NERANTZIS, D.; PECCI, F.; STOIANOV, I. Optimal control of water distribution networks without storage. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, 2019. Citado na página 11.
- NIU, D. et al. Water pressure control based on disturbance observer in hydraulic classification. In: IEEE. *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. [S.l.], 2016. p. 5841–5846. Citado na página 8.
- OLIVEIRA, J. K. C. d. et al. Lógica fuzzy aplicada na otimização operacional de rede setorizada de distribuição de água. Universidade Federal da Paraíba, 2017. Citado na página 9.
- PARANHOS, R. et al. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de pearson: o retorno. *Leviathan (São Paulo)*, n. 8, p. 66–95, 2014. Citado na página 32.
- PARZEN, E. On estimation of a probability density function and mode. *The annals of mathematical statistics*, JSTOR, v. 33, n. 3, p. 1065–1076, 1962. Citado na página 29.
- PECHENIK, M. et al. Analysis of the energy efficiency of pressure stabilization cascade pump system. In: IEEE. *2019 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*. [S.l.], 2019. p. 490–493. Citado na página 10.
- PRINCIPE, J. C. *Information theoretic learning: Renyi's entropy and kernel perspectives*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. Citado 8 vezes nas páginas 12, 28, 29, 32, 33, 34, 35 e 42.
- QUADROS, A.; MURILO, A. Automatic and adaptive tuning of pid controllers for pressure reducing valves in water supply systems. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, v. 6, p. 182–191, 2014. Citado na página 7.

- QUADROS, A. S.; PINTO, A. M. D. A. Controle pid com sintonia automática e adaptativa de válvulas redutoras de pressão em sistemas de abastecimento de água. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 1, n. 1, 2013. Citado na página 7.
- RÊGO, J. B. d. A. Extensões multidimensionais para correntropia e suas aplicações em estimativas robustas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- ROCHA, E. M. et al. Preventing damage in hydraulic pumping systems by using a pressure control strategy. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 15, n. 3, p. 445–453, 2017. Citado na página 9.
- SALVINO, L. R. et al. Pid controller applied in a water distribution network supplied by pumping direct. 2016. Citado na página 8.
- SALVINO, L. R. et al. Eficiência energética em sistemas pressurizados de distribuição de água com o uso de redes neurais artificiais. Universidade Federal da Paraíba, 2018. Citado 7 vezes nas páginas 7, 8, 2, 3, 10, 16 e 44.
- SANTANA, H. G. Controle pid multivariável: Uma abordagem baseada em aspectos de robustez. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *Bell system technical journal*, Wiley Online Library, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- SILVA, M. J. G. d. et al. Sistema de controle adaptativo aplicado a um sistema de distribuição de água com ênfase na eficiência energética. *Engenharia Sanitaria e Ambiental*, SciELO Brasil, v. 20, n. 3, p. 405–413, 2015. Citado na página 3.
- SILVA, M. J. G. d. et al. Controle adaptativo aplicado a um sistema de bombeamento de água visando a redução das perdas de energia elétrica e água. Universidade Federal da Paraíba, 2014. Citado na página 8.
- SOARES, P. M. O. d. R. Discretização de controladores contínuos. 1996. Citado na página 55.
- SOUSA, R. d. et al. Uso de válvulas redutoras de pressão na otimização de rede setorizada de distribuição de água. Universidade Federal da Paraíba, 2017. Citado na página 2.
- SWARNKAR, P.; JAIN, S.; NEMA, R. Effect of adaptation gain on system performance for model reference adaptive control scheme using mit rule. *World Academy of science, engineering and technology*, v. 70, p. 621–626, 2010. Citado na página 41.
- SWATHI, M.; RAMESH, P. Modeling and analysis of model reference adaptive control by using mit and modified mit rule for speed control of dc motor. In: *IEEE. 2017 IEEE 7th International Advance Computing Conference (IACC)*. [S.l.], 2017. p. 482–486. Citado na página 42.
- TEIXEIRA, L. R. d. L. Controlador em modo dual adaptativo robusto indireto (idmarc). Brasil, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- TSUTIYA, M. T. Abastecimento de água. 2004. Citado 4 vezes nas páginas 7, 1, 14 e 15.

- VALEK, A. M.; SUŠNIK, J.; GRAFAKOS, S. Quantification of the urban water-energy nexus in México city, México, with an assessment of water-system related carbon emissions. *Science of the Total Environment*, Elsevier, v. 590, p. 258–268, 2017. Citado na página 1.
- VOLK, M. *Pump characteristics and applications*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 7, 21 e 23.
- WANG, C.; DING, G. Constant pressure water supply system based on smart700 configuration. In: IEEE. *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)*. [S.l.], 2014. p. 4762–4765. Citado na página 7.
- WANG, Z.; POLYCARPOU, M. M.; UBER, J. G. Decentralized model reference adaptive control of water quality in water distribution networks. In: IEEE. *Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Intelligent Control. Held jointly with the 8th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation (Cat. No. 00CH37147)*. [S.l.], 2000. p. 127–132. Citado na página 37.
- WU, J.; LU, M. Research of secondary constant pressure water supply system based on fuzzy-pid controller. In: IEEE. *2017 IEEE 3rd Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC)*. [S.l.], 2017. p. 462–465. Citado na página 9.
- WU, Y. et al. Design of constant pressure water supply control system based on fuzzy-pid. In: IEEE. *2018 33rd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*. [S.l.], 2018. p. 891–894. Citado na página 10.
- YANG, Z.; WU, L.; DONG, X. Control system design for constant-pressure water supply. In: IEEE. *2010 Second International Conference on Multimedia and Information Technology*. [S.l.], 2010. v. 2, p. 55–57. Citado na página 6.
- ZHANG, C.-s.; YE, J.-x. Controller design for constant water pressure. In: IEEE. *2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*. [S.l.], 2010. v. 1, p. 1046–1049. Citado na página 6.
- ZHAO, S.; CHEN, B.; PRINCIPE, J. C. Kernel adaptive filtering with maximum correntropy criterion. In: IEEE. *The 2011 International Joint Conference on Neural Networks*. [S.l.], 2011. p. 2012–2017. Citado na página 25.

# APÊNDICE A – Controle Adaptativo Indireto Por Modelo de Referência (EMQ)

A Figura 75 ilustra o diagrama em blocos do controlador IMRAC-PID.

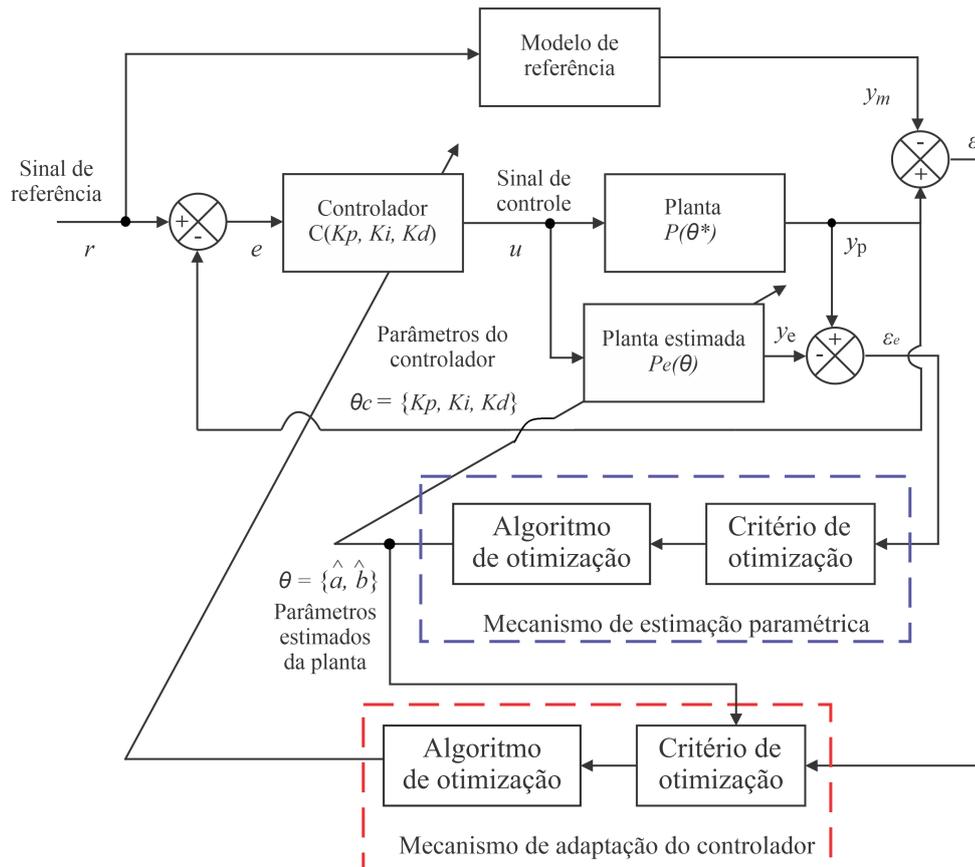


Figura 75 – Diagrama de blocos do controlador IMRAC-PID.

Para o desenvolvimento matemático deste controlador, será considerado uma planta de primeira ordem (Equação (A.1)), um modelo de referência de segunda ordem (Equação (A.2)) e um controlador Proporcional, Integral e Derivativo (Equação (A.3)), cujos parâmetros a serem adaptados são  $K_p, K_i$  e  $K_d$ .

$$H_p(s) = \frac{Y_p(s)}{U(s)} = \frac{b_p}{s + a_p} \quad (\text{A.1})$$

$$H_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{s^2 + sa_{m1} + a_{m2}} \quad (\text{A.2})$$

$$H_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + sK_d \quad (\text{A.3})$$

em que  $R(s)$  é o sinal de referência,  $Y_p(s)$  é a saída da planta,  $Y_m(s)$  é a saída do modelo de referência,  $U(s)$  é o sinal de atuação do controlador e  $H_p(s)$ ,  $H_m(s)$  e  $H_c(s)$  são as funções de transferência da planta, do modelo e do controlador, respectivamente. Portanto, pode-se definir a seguinte lei de controle:

$$U(s) = H_c(s)(R(s) - Y_p(s)) \quad (\text{A.4})$$

Para que o sistema em malha fechada se comporte tal como o modelo de referência, é necessário que  $Y_p(s) = Y_m(s)$ . Para isto, é necessário descrever a saída da planta em função do sinal de referência, substituindo a [Equação A.1](#) em [Equação A.4](#), obtém-se:

$$Y_p(s) = H_p(s)H_c(s)(R(s) - Y_p(s)) \quad (\text{A.5})$$

ou ainda

$$\frac{Y_p(s)}{R(s)} = \frac{H_p(s)H_c(s)}{1 + H_p(s)H_c(s)} \quad (\text{A.6})$$

Em seguida, substituindo a [Equação A.1](#) e a [Equação A.3](#) em [Equação A.6](#), resulta:

$$Y_p(s) = \frac{s^2 K_d b_p + s K_p b_p + K_i b_p}{s^2 + s a_p} (R(s) - Y_p(s)) \quad (\text{A.7})$$

ou ainda

$$\frac{Y_p(s)}{R(s)} = \frac{s^2 K_d b_p + s K_p b_p + K_i b_p}{s^2 (1 + K_d b_p) + s (a_p + K_p b_p) + K_i b_p} \quad (\text{A.8})$$

Para que possamos derivar parcialmente no domínio do tempo a variável  $Y_p(s)$ , deve-se considerar que o operador  $s$  equivale ao operador diferencial no domínio do tempo, denotamos  $s \equiv \frac{d(\cdot)}{dt}$ . Assim, a [Equação 6.6](#) é reescrita como:

$$y_p(t) = \frac{\left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right)^2 (K_d b_p) + \left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right) (K_p b_p) + K_i b_p}{\left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right)^2 (1 + K_d b_p) + \left(\frac{d(\cdot)}{dt}\right) (a_p + K_p b_p) + K_i b_p} r(t) \quad (\text{A.9})$$

Dessa forma, para aproximar o sinal em malha fechada da saída da planta ( $y_p$ ) ao sinal de saída do modelo de referência ( $y_m$ ) é necessário minimizar o erro de rastreamento ( $\varepsilon = y_p - y_m$ ). Para isto, considere a seguinte função custo:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \quad (\text{A.10})$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (y_{p_i} - y_{m_i})^2 \quad (\text{A.11})$$

Substituindo as Equações (A.9) e (A.2) na forma contínua, na Equação (A.11). Logo, para minimizar o valor de  $J$ , é razoável modificar os parâmetros  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  em direção ao gradiente descendente, tal como:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\gamma_p \frac{\partial J}{\partial K_p} = -\gamma_p \left( \frac{\partial J}{\partial e} \right) \left( \frac{\partial e}{\partial y_p} \right) \left( \frac{\partial y_p}{\partial K_p} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\gamma_i \frac{\partial J}{\partial K_i} = -\gamma_i \left( \frac{\partial J}{\partial e} \right) \left( \frac{\partial e}{\partial y_p} \right) \left( \frac{\partial y_p}{\partial K_i} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{dK_d}{dt} = -\gamma_d \frac{\partial J}{\partial K_d} = -\gamma_d \left( \frac{\partial J}{\partial e} \right) \left( \frac{\partial e}{\partial y_p} \right) \left( \frac{\partial y_p}{\partial K_d} \right) \quad (\text{A.14})$$

em que  $\frac{\partial J}{\partial \varepsilon} = \varepsilon$ ,  $\frac{\partial e}{\partial y_p} = 1$ ,  $D = d(\cdot)/dt$ ,  $\gamma_p$ ,  $\gamma_i$  e  $\gamma_d$  são os ganhos de adaptação do controlador, os quais regulam a velocidade de aprendizagem.

$$\frac{\partial y_p}{\partial K_p} = \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right) D}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial y_p}{\partial K_i} = \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right)}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial y_p}{\partial K_d} = \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right) D^2}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.17})$$

Então,  $dK_p/dt$ ,  $dK_i/dt$  e  $dK_d/dt$  podem assumir as seguintes expressões:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\gamma_p \varepsilon \frac{\partial y_p}{\partial K_p} = -\gamma_p \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right) D}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\gamma_i \varepsilon \frac{\partial y_p}{\partial K_i} = -\gamma_i \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right)}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{dK_d}{dt} = -\gamma_d \varepsilon \frac{\partial y_p}{\partial K_d} = -\gamma_d \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{b_p}{1+K_b b_p} \right) D^2}{D^2 + D \left( \frac{a_p + K_p b_p}{1+K_d b_p} \right) + \left( \frac{K_i b_p}{1+K_d b_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.20})$$

em que  $N_2 - N_1 = N$ ,  $N$  é definido como a janela de observação, isto é, a quantidade de valores utilizados para atualizar o parâmetro à ser adaptado.

O erro de estimação  $\varepsilon_e$  é definido como sendo a diferença entre o sinal da planta estimada  $y_e$  e a saída da planta controlada  $y_p$  e este erro deve ser minimizado, no mecanismo de estimação paramétrica, de tal modo que a planta estimada se comporte igual à planta controlada. Para isto, será utilizado o método do gradiente descendente para minimizar a Equação (A.21). O modelo adotado da planta estimada é o Autoregressivo com Entrada Exógenas (ARX) de primeira ordem, definido pela Equação (A.22). Esta ordem foi escolhida devido às características de primeira ordem da resposta de um sistema de bombeamento.

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (y_p - y_e)^2 \quad (\text{A.21})$$

$$y_e(t) = a_1 u(t) + a_2 u(t-1) + a_3 y_e(t-1) \quad (\text{A.22})$$

em que  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são os parâmetros estimados da planta,  $u_c$  e  $u$  é o sinal de excitação e  $y_e$  é a saída estimada.

Substituindo as Equações (A.9) e (A.22) na forma contínua, na Equação (A.21) e aplicando o método do gradiente descendente para cada um dos valores estimados da planta, têm-se:

$$\frac{da_1}{dt} = -\gamma_{a_1} \frac{\partial J}{\partial a_1} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\gamma_{a_2} \frac{\partial J}{\partial a_2} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{da_3}{dt} = -\gamma_{a_3} \frac{\partial J}{\partial a_3} \quad (\text{A.25})$$

Substituindo a Equação (A.22) nas Equações (A.23), (A.24) e (A.25), e sabendo que, por não depender dos parâmetros a serem estimados, a derivada parcial de  $y_p$  é igual a zero, são obtidos os seguintes resultados:

$$\frac{da_1}{dt} = -\gamma_{a_1} \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon_e(t) u(t) \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\gamma_{a_2} \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon_e(t) u(t-1) \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{da_3}{dt} = -\gamma_{a_3} \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon_e(t) y_e(t-1) \quad (\text{A.28})$$

As Equações (A.26), (A.27) e (A.28) podem ainda assumir a forma discreta:

$$\frac{a_1[k] - a_1[k-1]}{T} = -\gamma_{a_1} \frac{1}{N} \sum_{k=N_1}^{N_2} \varepsilon_e[k] u[k] \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{a_2[k] - a_2[k-1]}{T} = -\gamma_{a_2} \frac{1}{N} \sum_{k=N_1}^{N_2} \varepsilon_e[k] u[k-1] \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{a_3[k] - a_3[k-1]}{T} = -\gamma_{a_3} \frac{1}{N} \sum_{k=N_1}^{N_2} \varepsilon_e[k] y_e[k-1] \quad (\text{A.31})$$

em que  $T$  é o período de amostragem.

Aplicando o método discretização de Tustin na função de transferência da planta (observe a Equação (A.1)), é obtido a função de transferência discreta da planta, com período de amostragem  $T$ , conforme exposto na Equação (A.32).

$$y_p[k] = \left( \frac{a_p T}{2 + T b_p} \right) u[k] + \left( \frac{a_p T}{2 + T b_p} \right) u[k-1] + \left( \frac{2 + b_p T}{2 + T b_p} \right) y_p[k-1] \quad (\text{A.32})$$

Deste modo, para que o erro de estimação  $\varepsilon_e$  seja zero,  $y_p[k]$  deve ser igual a  $y_e[k]$ , ou seja, a Equação (6.24) deve ser igual à Equação (6.20), obtendo:

$$a_1 = \frac{a_p T}{2 + T b_p} \quad (\text{A.33})$$

$$a_2 = \frac{a_p T}{2 + T b_p} \quad (\text{A.34})$$

$$a_3 = \frac{2 + b_p T}{2 + T b_p} \quad (\text{A.35})$$

Resolvendo o sistema de Equações (A.33) e (A.35) para colocar em função de  $a_p$  e  $b_p$ , são obtidas as expressões (A.36) e (A.37). Observe que os parâmetros da planta ( $a_p$  e  $b_p$ ) receberam um sinal de circunflexo por se tratar de estimativas e não os valores verdadeiros, pois estamos considerando que os parâmetros da planta são desconhecidos.

$$\hat{a}_p = \frac{2a_1 + a_1 b_p T}{T} \quad (\text{A.36})$$

$$\hat{b}_p = \frac{2a_3 + 2}{T - a_3 T} \quad (\text{A.37})$$

Assim sendo, como  $\hat{a}_p \rightarrow a_p$  e  $\hat{b}_p \rightarrow b_p$ , a formulação matemática apresentada nas Equações (A.18), (A.19) e (A.20) utilizadas no mecanismo de adaptação para atualização dos parâmetros do controlador são reescritas como:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\gamma_p \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{\hat{b}_p}{1+K_b \hat{b}_p} \right) D}{D^2 + D \left( \frac{\hat{a}_p + K_p \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right) + \left( \frac{K_i \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\gamma_i \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{\hat{b}_p}{1+K_b \hat{b}_p} \right)}{D^2 + D \left( \frac{\hat{a}_p + K_p \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right) + \left( \frac{K_i \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{dK_d}{dt} = -\gamma_d \frac{1}{N} \sum_{t=N_1}^{N_2} \varepsilon(t) \left( \frac{\left( \frac{\hat{b}_p}{1+K_b \hat{b}_p} \right) D^2}{D^2 + D \left( \frac{\hat{a}_p + K_p \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right) + \left( \frac{K_i \hat{b}_p}{1+K_d \hat{b}_p} \right)} \right) (r(t) - y_p(t)) \quad (\text{A.40})$$

## APÊNDICE B – Dedução da derivada parcial do *kernel* Gaussiano como função custo

Considere a função custo expressa pela Equação [Equação B.1](#), em que o erro  $\varepsilon$  depende do vetor de parâmetros  $\Theta$  a serem estimados.

$$J = \frac{1}{\sigma N \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{\varepsilon_i(\Theta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{B.1})$$

em que  $\sigma$  é a largura do *kernel* Gaussiano.

Portanto, para que a função custo da Equação [Equação B.1](#) atinga o valor máximo, é necessário o erro  $\varepsilon$ . Para isto será utilizado o método do gradiente ascendente descrito pela Equação [Equação B.2](#).

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\partial J}{\partial \Theta} \quad (\text{B.2})$$

Substituindo a Equação [Equação B.1](#) na Equação [Equação B.2](#), é obtido:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{\sigma N \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial \Theta} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i(\Theta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{B.3})$$

Desconsiderando o somatório e os termos que ficam à esquerda da exponencial. Têm-se:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \Theta} \exp\left(-\frac{\varepsilon(\Theta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{B.4})$$

Aplicando a regra da cadeia na Equação [\(B.4\)](#):

$$\frac{\partial J}{\partial \Theta} = \frac{\partial J}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial \Theta} \quad (\text{B.5})$$

em que:

$$J = \exp(u) \quad (\text{B.6})$$

$$u = -\frac{\varepsilon(\Theta)^2}{2\sigma^2} \quad (\text{B.7})$$

Derivando a Equação (B.6) em relação a  $u$ , resulta:

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \exp(u) \quad (\text{B.8})$$

Já para derivar a Equação (B.7) em relação a  $\Theta$  deve-se aplicar novamente a regra da cadeia, sendo:

$$\frac{\partial u}{\partial \Theta} = \frac{\partial v}{\partial u} \cdot \frac{\partial g}{\partial \Theta} \quad (\text{B.9})$$

em que

$$v = -\frac{g^2}{2\sigma^2} \quad (\text{B.10})$$

$$g = \varepsilon(\Theta) \quad (\text{B.11})$$

Então, substituindo as Equações (B.10) e (B.11) na Equação (B.9) e realizando os devidos cálculos.

$$\frac{\partial v}{\partial u} = -\frac{g}{\sigma^2} \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial g}{\partial \Theta} = \frac{\partial \varepsilon(\Theta)}{\partial \Theta} \quad (\text{B.13})$$

logo,

$$\frac{\partial u}{\partial \Theta} = -\frac{g}{\sigma^2} \cdot \frac{\partial \varepsilon(\Theta)}{\partial \Theta} \quad (\text{B.14})$$

Substituindo as Equações (B.8) e (B.14) na Equação (B.5).

$$\frac{dJ}{d\Theta} = -\exp(u) \cdot \frac{g}{\sigma^2} \cdot \frac{\partial \varepsilon(\Theta)}{\partial \Theta} \quad (\text{B.15})$$

Retornando os valores correspondentes das trocas de variáveis realizadas, pode-se reescrever a Equação Equação B.14 como:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{dJ}{d\Theta} = -\frac{1}{N\sigma^3\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_i(\Theta)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{\partial \varepsilon_i(\Theta)}{\partial \Theta} \quad (\text{B.16})$$